



第一章 整式的乘除

1 幂的乘除

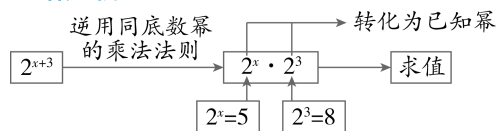
课时 1 同底数幂的乘法

刷基础

- A** 【解析】 $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$, 故选 A.
- D** 【解析】由题意知 $8 \times 2^n = 2^8$, 所以 $2^3 \times 2^n = 2^8$, 所以 $2^{3+n} = 2^8$, 所以 $3+n=8$, 所以 $n=5$, 故选 D.
- B** 【解析】 $5a^3 - a^3 = 4a^3$, 故①正确; $(a-b)^2 \cdot (b-a)^3 = -(a-b)^2 \cdot (a-b)^3 = -(a-b)^{2+3} = -(a-b)^5$, 故②错误; $-a^4 \cdot a^3 = -a^7$, 故③错误. 故选 B.
- A** 【解析】因为 $(-a)^5 \cdot (-a)^{2n} = (-a)^{2n+5}$, $a < 0$, 所以 $-a > 0$, 所以 $(-a)^{2n+5} > 0$, 是正数.
- 1 000** 【解析】因为 $(10, m) = p$, $(10, n) = q$, 所以 $10^p = m$, $10^q = n$. 因为 $p = 3 - q$, 所以 $p + q = 3$, 所以 $mn = 10^p \cdot 10^q = 10^{p+q} = 10^3 = 1\ 000$. 故答案为 1 000.
- 10** 【解析】因为 $2^a = 5$, $2^b = 3$, $2^c = 6$, $4 \cdot 2^d = 10$, 所以 $2^a \times 2^b \times 2^c \times 2^d = 5 \times 3 \cdot 2 \times 6 \cdot 4 \times 10$, 所以 $2^{a+b+c+d} = 16 \times 64 = 2^4 \times 2^6 = 2^{10}$, 所以 $a+b+c+d = 10$. 故答案为 10.
- 【解】(1) 原式 $= x^6 + x^6 = 2x^6$.
(2) 原式 $= \left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$.
(3) 原式 $= -x^2 \cdot (-x^3) \cdot x^4 = x^9$.

8. C

思路分析



【解析】因为 $2^x = 5$, 所以 $2^{x+3} = 2^x \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$. 故选 C.

- 【解】因为 $a^x = 3$, $a^{x+y} = 12$, 所以 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 12$, 所以 $a^y = 4$, 所以 $a^x + a^y = 3 + 4 = 7$.

易错警示
此题共同的底数是 $-a$, 在同底数幂的乘法运算过程中, 一定要清楚共同的底数是什么, 比如 $-a^2 \cdot a^3$, 共同的底数是 a .

注意
 x 的指数是 1, 不是 0.

- 2³⁴** 【解析】因为 $1\text{ GB} = 2^{10}\text{ MB}$, $1\text{ MB} = 2^{10}\text{ KB}$, $1\text{ KB} = 2^{10}\text{ B}$, 所以 $16\text{ GB} = (16 \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10})\text{ B} = (2^4 \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10})\text{ B} = 2^{34}\text{ B}$. 故答案为 2^{34} .

- 【解】 $3 \times 10^5 \times 3 \cdot 2 \times 10^7 = 9 \cdot 6 \times 10^{12}$ (千米).
答: 1 光年约为 $9 \cdot 6 \times 10^{12}$ 千米.

课时 2 幂的乘方

刷基础

- D** 【解析】 $\underbrace{(a \cdot a \cdot \cdots \cdot a)}_{a^3}^3 = (a^a)^3 = a^{3a}$, 故选 D.
- B** 【解析】根据计算过程可知, ①表示幂的乘方, ②表示同底数幂相乘. 故选 B.
- D** 【解析】

A	$(-a^4)^8 = a^{4 \times 8} = a^{32}$, 故该选项不符合题意
B	$(-a^4) \cdot a^8 = -a^{4+8} = -a^{12}$, 故该选项不符合题意
C	$a^3 \cdot (-a)^6 = a^3 \cdot a^6 = a^{3+6} = a^9$, 故该选项不符合题意
D	$(-a^3)^4 = a^{3 \times 4} = a^{12}$, 故该选项符合题意

- B** 【解析】因为 $2^m \cdot 2^n = 32$, 所以 $2^{m+n} = 2^5$, 所以 $m+n=5$. 因为 $(2^m)^n = 64$, 所以 $2^{mn} = 2^6$, 所以 $mn=6$, 所以 $mn+m+n=6+5=11$. 故选 B.

- (1) -3^{20} (2) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$ (3) a^{2n} (4) $-b^{4n}$

【解析】(1) $-(3^4)^5 = -3^{4 \times 5} = -3^{20}$.

(2) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times 3} = \left(\frac{1}{2}\right)^6$. (3) $(a^n)^2 = a^{n \times 2} = a^{2n}$. (4) $-(b^2)^{2n} = -b^{2 \times 2n} = -b^{4n}$.

- 8** 【解析】因为 $81^4 = (3^4)^4 = 3^{16}$, 所以 $3^{16} = 3^{2x}$, 所以 $2x = 16$, 解得 $x = 8$. 故答案为 8.

- 4** 【解析】因为 $3x+y-2=0$, 所以 $3x+y=2$, 所以 $8^x \cdot 2^y = (2^3)^x \cdot 2^y = 2^{3x} \cdot 2^y = 2^{3x+y} = 2^2 = 4$, 故答案为 4.

8. 【解】 $(x^4)^2 + (x^2)^4 - x(x^2)^2 \cdot x^3 - (-x)^3 \cdot (-x^2)^2 \cdot (-x) = x^8 + x^8 - x \cdot x^4 \cdot x^3 - (-x^3) \cdot x^4 \cdot (-x) = x^8 + x^8 - x^8 - x^8 = 0$.

9. C 【解析】因为 $a^m = 3, a^n = 5$, 所以 $a^{2m+n} = (a^m)^2 \times a^n = 9 \times 5 = 45$. 故选 C.

10. B 【解析】因为 $x^{2n+m} = 128$, 所以 $(x^n)^2 \cdot x^m = 128$. 又因为 $x^m = 8$, 所以 $(x^n)^2 \times 8 = 128$, 所以 $(x^n)^2 = 16$, 所以 $x^n = \pm 4$. 故选 B.

11. $m^3 n^4 - 5m^4 n^8$ 【解析】因为 $3^x = m, 3^y = n$, 所以 $3^{3x+4y} - 5 \times 81^{x+2y} = 3^{3x} \times 3^{4y} - 5 \times (3^4)^{x+2y} = (3^x)^3 \times (3^y)^4 - 5 \times 3^{4x+8y} = (3^x)^3 \times (3^y)^4 - 5 \times (3^x)^4 \times (3^y)^8 = m^3 n^4 - 5m^4 n^8$. 故答案为 $m^3 n^4 - 5m^4 n^8$.

12. 【解】因为 $x^{2n} = 2$, 所以 $(x^{3n})^2 - 4(x^2)^{2n} = x^{6n} - 4x^{4n} = (x^{2n})^3 - 4(x^{2n})^2 = 2^3 - 4 \times 2^2 = 8 - 4 \times 4 = 8 - 16 = -8$.

13. B 【解析】因为 $3^{555} = (3^5)^{111}, 4^{444} = (4^4)^{111}, 5^{333} = (5^3)^{111}, 3^5 = 243, 4^4 = 256, 5^3 = 125$, 且 $125 < 243 < 256$, 所以 $5^{333} < 3^{555} < 4^{444}$. 故选 B.

14. A 【解析】因为 $a = 3^{14}, b = 9^6 = (3^2)^6 = 3^{12}, c = 27^5 = (3^3)^5 = 3^{15}$, 且 $15 > 14 > 12$, 所以 $c > a > b$. 故选 A.

课时3 积的乘方

刷基础

1. D 【解析】 $(2a^2)^3 = 2^3 \cdot (a^2)^3 = 8a^6$. 故选 D.

2. A 【解析】因为 $3b = b + b + b$, 所以 $(3b)^2$ 可看作是边长为 $3b$ 的正方形的面积. 故选 A.

3. C 【解析】因为 $(a^n b^{m+1})^3 = a^9 b^{15}$, 所以 $a^{3n} b^{3m+3} = a^9 b^{15}$, 所以 $3n = 9, 3m + 3 = 15$, 解得 $m = 4, n = 3$. 故选 C.

4. 1 125 【解析】因为 $a^m = 3, b^m = 5$, 所以 $(a^2 b^3)^m = a^{2m} b^{3m} = (a^m)^2 \cdot (b^m)^3 = 3^2 \times 5^3 = 9 \times 125 = 1 125$, 故答案为 1 125.

5. 【解】(1) 原式 $= \left(-\frac{2}{3}\right)^3 (x^2)^3 y^3 = -\frac{8}{27} x^6 y^3$.

(2) 原式 $= -[y^3 (z^2)^3] = -y^3 z^6$.

(3) 原式 $= (-2)^2 \times (10^5)^2 = 4 \times 10^{10}$.

(4) 原式 $= a^8 + a^8 + 4a^8 = 6a^8$.

6. 【解】正方体的底面周长为 $4 \times 3 \times 10^3 = 1.2 \times 10^4$ (mm), 正方体的体积为 $(3 \times 10^3)^3 = 27 \times 10^9 = 2.7 \times 10^{10}$ (mm³).

7. A 【解析】因为 $ab = -3$, 所以 $a^2 b^2 = (ab)^2 = (-3)^2 = 9$. 故选 A.

刷有所得

利用幂的乘方法则比较大小时, 若指数有公因数, 则化为同指数再比较; 若底数有公因数, 则化为同底数再比较.

关键点拨

根据 a, c 为正整数, 结合得到的等式求出 a, c 可以取到的值是解题的关键.

8. C 【解析】因为 $2^{x+3} \cdot 3^{x+3} = 36^{x-2}$, 所以 $(2 \times 3)^{x+3} = 36^{x-2}$, 所以 $6^{x+3} = (6^2)^{x-2} = 6^{2x-4}$, 所以 $x+3 = 2x-4$, 解得 $x = 7$. 故选 C.

9. 【解】(1) $4^{2023} \times (-0.25)^{2023} = (-4 \times 0.25)^{2023} = (-1)^{2023} = -1$.

(2) $\left(\frac{12}{5}\right)^{2021} \times \left(-\frac{5}{6}\right)^{2023} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2022} = \left(-\frac{12}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right)^{2021} \times \left(-\frac{5}{6}\right)^2 \times \frac{1}{2} = -1 \times \frac{25}{36} \times \frac{1}{2} = -\frac{25}{72}$.

10. 【解】原式 $= \left(\frac{1}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \cdots \times \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 9 \times 10\right)^{201} = 1^{201} = 1$.



刷提升

1. A 【解析】 $333^3 + 444^3 + 555^3 = (3 \times 111)^3 + (4 \times 111)^3 + (5 \times 111)^3 = 3^3 \times 111^3 + 4^3 \times 111^3 + 5^3 \times 111^3 = (3^3 + 4^3 + 5^3) \times 111^3 = 216 \times 111^3 = 6^3 \times 111^3 = (6 \times 111)^3 = 666^3$. 故选 A.

2. B 【解析】 $M = 2^{11} \times 5^8 = 2^3 \times 2^8 \times 5^8 = 8 \times (2 \times 5)^8 = 8 \times 10^8$, 故正整数 M 的位数是 9. 故选 B.

3. D 【解析】因为 $12^a = 27$, 所以 $(3 \times 4)^a = 27$, 所以 $3^a \cdot 4^a = 27$. 因为 $4^a = 3^b$, 所以 $3^a \cdot 3^b = 27$, 所以 $3^{a+b} = 3^3$, 所以 $a+b = 3$, 故选 D.

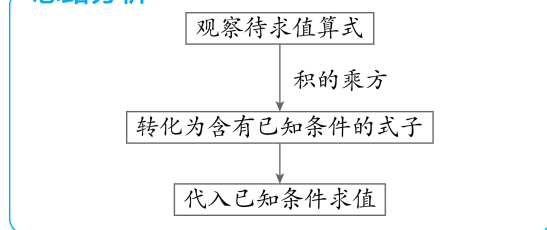
4. D 【解析】根据题意, 得 $2^{a+2c} \times 3^b = 2^7 \times 3$, 所以 $a+2c = 7, b = 1$. 因为 a, c 为正整数, 所以当 $c = 1$ 时, $a = 5$; 当 $c = 2$ 时, $a = 3$; 当 $c = 3$ 时, $a = 1$, 所以 $a+b+c$ 的值不可能是 8. 故选 D.

5. (1) $m^4 n$ (2) $a^4 b^5$ 【解析】(1) $x^{11} = (x^2)^4 \cdot x^3 = m^4 n$. 故答案为 $m^4 n$.

(2) $20^{20} = (4 \times 5)^{4 \times 5} = (4^5)^4 \times (5^4)^5 = a^4 b^5$. 故答案为 $a^4 b^5$.

6. $a(a-1)$ 【解析】由题知, $2^{100} + 2^{101} + 2^{102} + \cdots + 2^{198} + 2^{199} = 2^{100} \times (1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{98} + 2^{99})$. 根据题中所给等式可知, $2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{98} + 2^{99} = 2^{100} - 2$, 所以原式 $= 2^{100} \times (1 + 2^{100} - 2) = 2^{100} \times (2^{100} - 1)$. 又因为 $2^{100} = a$, 所以原式 $= a(a-1)$. 故答案为 $a(a-1)$.

思路分析



【解】因为 $x^{3n} = 2, y^{2n} = 3$,

所以 $(x^{3n})^3 + (y^{2n})^2 - (x^3 y^2)^n = (x^{3n})^3 + (y^{2n})^2 - x^{3n} \cdot y^{2n} = 2^3 + 3^2 - 2 \times 3 = 11$.

8. 【解】(1) 因为 $2 \times 4^x \times 8^x = 2^{21}$, 所以 $2 \times (2^2)^x \times (2^3)^x = 2^{21}$, 所以 $2 \times 2^{2x} \times 2^{3x} = 2^{21}$, 所以 $2^{1+2x+3x} = 2^{21}$, 所以 $2^{1+5x} = 2^{21}$, 所以 $1+5x = 21$, 解得 $x=4$, 所以 x 的值为 4.

(2) 因为 $3^{a+2} \cdot 5^{a+2} = 15^{3a-4}$, 所以 $(3 \times 5)^{a+2} = 15^{3a-4}$, 所以 $15^{a+2} = 15^{3a-4}$, 所以 $a+2 = 3a-4$, 解得 $a=3$, 所以 a 的值为 3.

9. 【解】(1) 由题意可得 $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1+2+3+4+5)^2 = 225$. 故答案为 225.

(2) 由题意得 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1+2+3+\dots+n)^2 = \left[\frac{1}{2}n(n+1) \right]^2 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$. 故答案为 $\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$.

(3) $3^3 + 6^3 + 9^3 + 12^3 = 3^3 + (3 \times 2)^3 + (3 \times 3)^3 + (3 \times 4)^3 = 3^3 \times (1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3) = 3^3 \times (1+2+3+4)^2 = 2700$.

课时 4 同底数幂的除法

刷基础

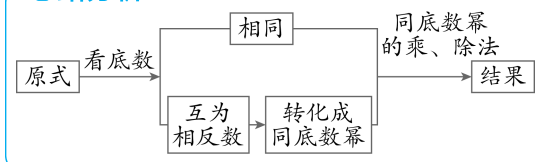
1. B 【解析】设覆盖的部分为 A , 则 $A = a^6 \div a^2 = a^4$. 故选 B.

2. B 【解析】因为 $x^m = 6, x^n = 4$, 所以 $x^{2m-n} = x^{2m} \div x^n = (x^m)^2 \div x^n = 6^2 \div 4 = 36 \div 4 = 9$. 故选 B.

3. 4 【解析】 $2^x \div 2^y = 2^{x-y}$. 因为 $x-y=2$, 所以 $2^{x-y} = 2^2 = 4$. 故答案为 4.

4. 2 【解析】因为 $(x^2)^3 \div x^m = x^4$, 所以 $x^6 \div x^m = x^{6-m} = x^4$, 所以 $6-m=4$, 所以 $m=2$. 故答案为 2.

思路分析



【解】(1) $(a^2)^3 \cdot (a^2)^4 \div (-a^2)^5 = a^6 \cdot a^8 \div (-a^{10}) = -a^{14} \div a^{10} = -a^4$.

(2) $(m-n)^9 \cdot (n-m)^8 \div (m-n)^2 = (m-n)^9 \cdot (m-n)^8 \div (m-n)^2 = (m-n)^{9+8-2} = (m-n)^{15}$.

6. 【解】100 千米/时 = 100 000 米/时 = 10^5 米/时, $(2.844 \times 10^7) \div 10^5 = 2.844 \times 10^7 \div 10^5 = 2.844 \times 10^2 = 284.4$, 所以这颗人造卫星的速度是这辆汽车速度的 284.4 倍.

刷有所得

当所求式子的值不易直接求出时, 观察已知条件与所求式子之间的关系, 正用或逆用幂的乘方和积的乘方, 采用转化思想或整体思想化简求值.

关键点拨

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于等于 10 时, n 是正整数, 当原数绝对值小于 1 时, n 是负整数. 由此进行求解即可得到答案.

7. D 【解析】若 $(x-3)^0 - 2(2x-4)^{-1}$ 有意义, 则 $x-3 \neq 0$ 且 $2x-4 \neq 0$, 所以 $x \neq 3$ 且 $x \neq 2$. 故选 D.

8. B 【解析】因为 $3^m \cdot 3^n = 1$, 所以 $3^{m+n} = 1$, 所以 $m+n=0$, 故选 B.

9. $a < c < b$ 【解析】因为 $a = -3^2 = -9$, $b = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$, $c = \left(-\frac{1}{3}\right)^0 = 1$, 所以 $a < c < b$. 故答案为 $a < c < b$.

10. 【解】原式 = $2 \times (-1) - 2 + 9 + 1 = -2 - 2 + 9 + 1 = 6$.

11. D 【解析】 $0.000\ 000\ 000\ 335 = 3.35 \times 10^{-10}$, 故选 D.

12. B 【解析】 $0.000\ 008\ 4 = 8.4 \times 10^{-6}$, 则 n 为 -6. 故选 B.

13. B 【解析】 $3 \times 10^{-23} \times 1.67 \times 10^{21} = 5.01 \times 10^{-2} \approx 5 \times 10^{-2}$ (克). 故选 B.

14. $-0.000\ 000\ 15$ 【解析】 $-1.5 \times 10^{-7} = -0.000\ 000\ 15$. 故答案为 $-0.000\ 000\ 15$.

15. 【解】(1) $0.000\ 6\ m = 6 \times 10^{-4}\ m$, $0.000\ 33\ m = 3.3 \times 10^{-4}\ m$, $0.000\ 000\ 07\ g = 7 \times 10^{-8}\ g$.

(2) $\frac{70}{7 \times 10^{-8}} = \frac{7 \times 10}{7 \times 10^{-8}} = 1 \times 10^9$ (粒), 所以一个橘子的质量相当于 1×10^9 粒澳大利亚出水浮萍果实的质量.

刷提升

1. C 【解析】因为 $3 \times 9^m \div 27 = 81$, 所以 $3 \times 3^{2m} \div 3^3 = 3^4$, 所以 $3^{1+2m-3} = 3^4$, 所以 $1+2m-3=4$, 所以 $m=3$. 故选 C.

2. C 【解析】 $9.4 \times 10^{-7} + 10 \neq 9.4 \times 10^{-6}$, 故 A 选项不正确; $9.4 \times 10^{-7} - 1.4 \neq 8 \times 10^{-7}$, 故 B 选项不正确; $9.4 \times 10^{-7} = 0.000\ 000\ 94$, 是 8 位小数, 不是 7 位小数, 故 C 选项正确, D 选项不正确. 故选 C.

3. 7.5×10^3 【解析】 $5 \times 10^{-5} \times 3.0 \times 10^8 \div 2 = 7.5 \times 10^3$ (米), 故答案为 7.5×10^3 .

4. 4 【解析】原式 = $2^a \div 2^{2b} \times 2^{-3c} = 2^{a-2b-3c} = 2^2 = 4$. 故答案为 4.

5. -2 或 2 或 4 【解析】①因为 1 的任何次幂都为 1, 所以令 $x-3=1$, 解得 $x=4$, 所以 $(x-3)^{x+2} = (4-3)^{4+2} = 1^6 = 1$, 所以 $x=4$ 符合题意; ②因为 -1 的任何偶次幂都是 1, 所以令 $x-3=-1$, 解得 $x=2$, 所以 $(x-3)^{x+2} = (2-3)^{2+2} =$

$(-1)^4=1$, 所以 $x=2$ 符合题意; ③因为任何不是 0 的数的零次幂是 1, 所以令 $x+2=0$, 解得 $x=-2$, 所以 $(x-3)^{x+2}=(-2-3)^{-2+2}=(-5)^0=1$, 所以 $x=-2$ 符合题意. 综上, x 的值可能是 -2 或 2 或 4, 故答案为 -2 或 2 或 4.

6. 4 051 【解析】因为 $2^a=5, 2^b=10, 2^c=80$, 所以 $2^b \div 2^a = 2^{b-a} = 2, 2^c \div 2^a = 2^{c-a} = 16 = 2^4$, 所以 $b-a=1, c-a=4$, 所以 $b=a+1, c=a+4$, 所以 $2\ 024a-4\ 049b+2\ 025c=2\ 024a-4\ 049a-4\ 049+2\ 025a+8\ 100=8\ 100-4\ 049=4\ 051$. 故答案为 4 051.

7. 【解】(1) $(b^{2n})^3 \cdot (b^3)^{4n} \div (b^5)^n = b^{6n} \cdot b^{12n} \div b^{5n} = b^{6n+12n-5n} = b^{13n}$.

(2) $5^n \times 25^{n-1} \div 5^{2n+1} = 5^n \times 5^{2n-2} \div 5^{2n+1} = 5^{n+(2n-2)-(2n+1)} = 5^{-3}$.

(3) $(x-y)^{10} \div (y-x)^5 \div (x-y) = (x-y)^{10} \div [-(x-y)^5] \div (x-y) = -(x-y)^{10-5-1} = -(x-y)^4$.

(4) $(n-m)^4 \div (m-n)^3 + (m+n)^3 \div (-m-n)^2 = (m-n)^4 \div (m-n)^3 + (m+n)^3 \div (m+n)^2 = (m-n)^{4-3} + (m+n)^{3-2} = (m-n) + (m+n) = m-n+m+n = 2m$.

8. 【解】(1) ①因为 $1^{-2} = \frac{1}{1^2} = 1, 2^{-1} = \frac{1}{2}, 1 > \frac{1}{2}$, 所以 $1^{-2} > 2^{-1}$. 故答案为 $>$.

②因为 $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}, 3^{-2} = \frac{1}{9}, \frac{1}{8} > \frac{1}{9}$, 所以 $2^{-3} > 3^{-2}$. 故答案为 $>$.

③因为 $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}, 4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}, \frac{1}{81} < \frac{1}{64}$, 所以 $3^{-4} < 4^{-3}$. 故答案为 $<$.

④因为 $4^{-5} = \frac{1}{4^5} = \frac{1}{1\ 024}, 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625}, \frac{1}{1\ 024} < \frac{1}{625}$, 所以 $4^{-5} < 5^{-4}$. 故答案为 $<$.

(2) 由(1)猜测: 当 $n \leq 2$ (或 $n < 3$) 时, $n^{-(n+1)} > (n+1)^{-n}$; 当 $n > 2$ (或 $n \geq 3$) 时, $n^{-(n+1)} < (n+1)^{-n}$. 故答案为 ≤ 2 (或 < 3), > 2 (或 ≥ 3).

(3) 根据(2)得当 $n=2\ 023$ 时, $2\ 023^{-2\ 024} < 2\ 024^{-2\ 023}$. 故答案为 $<$.

刷素养

9. 【解】(1) 因为 $10^b = 10$, 所以 $b=1$, 所以 $d(10)=1$. 因为 $10^b = 10^{-2}$, 所以 $b=-2$, 所以 $d(10^{-2})=-2$. 故答案为 1, -2.

思路分析

要使等式 $(x-3)^{x+2}=1$ 成立, 需考虑三种情况: 零指数幂、底数为 1 的幂、底数为 -1 且指数为偶数的幂, 分别求解并验证.

关键点拨

掌握同底数幂的乘法法则是解此题的关键.

$$(2) \quad ① \quad \frac{d(a^3)}{d(a)} = \frac{d(a \cdot a \cdot a)}{d(a)} =$$

$$\frac{d(a)+d(a)+d(a)}{d(a)} = \frac{3d(a)}{d(a)} = 3, \text{ 故答案为 } 3.$$

②因为 $d(2)=0.301\ 0$, 所以 $d(4)=2d(2)=0.602\ 0, d(5)=d\left(\frac{10}{2}\right)=d(10)-d(2)=1-0.301\ 0=0.699\ 0, d(0.08)=d(8 \times 10^{-2})=d(8)+d(10^{-2})=3d(2)-2=0.903\ 0-2=-1.097\ 0$.

重难专题 1 幂的运算



刷难关

1. A 【解析】 $(b-a)^2(a-b)^3(b-a)^5 = (b-a)^2 \cdot [-(b-a)]^3(b-a)^5 = -(b-a)^5(b-a)^5 = -(b-a)^{10}$. 故选 A.

2. 10^{21} 【解析】由题意可得, 3 秒后该正方体的棱长为 $10 \times 10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^7$ (cm), 故 3 秒后该正方体的体积是 $(10^7)^3 = 10^{21}$ (cm³), 故答案为 10^{21} .

3. (1) $-4a^2b^6$ a^5 (2) 27 (3) 4

【解析】(1) $-(-2ab^3)^2 = -4a^2b^6$; $-a^2 \cdot (-a^3) = a^5$. 故答案为 $-4a^2b^6, a^5$. (2) 因为 $5^a = 12.5, 5^b = \frac{1}{10}$, 所以 $5^a \div 5^b = 5^{a-b} = 12.5 \div \frac{1}{10} = 125 = 5^3$, 所以 $a-b=3$, 所以 $3^a \div 3^b = 3^{a-b} = 3^3 = 27$. 故答案为 27. (3) 由题意得 $3^{2x+1} = 3^4 \times 3^5 = 3^9$, 则 $2x+1=9$, 解得 $x=4$.

4. 4 【解析】 $49^6 + 21^2 \times 7^9 = (7^2)^6 + (3 \times 7)^2 \times 7^9 = 7^{12} + 3^2 \times 7^{11} = 7^{11} \times (7+9) = 7^{11} \times 16 = 2^4 \times 7^{11}$. 因为 $2 \leq a \leq 9$ 且 a 为整数, 所以 $a=2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. 又因为 a 能整除 $49^6 + 21^2 \times 7^9$, 即 $2^4 \times 7^{11}$, 所以符合条件的 a 为 2, 4, 7, 8, 共 4 个. 故答案为 4.

5. 【解】(1) $a^3 \cdot a^5 + (a^2)^4 + (-3a^4)^2 = a^8 + a^8 + 9a^8 = 11a^8$.

$$(2) (-ab)^5 \div (-ab)^3 = (-ab)^{5-3} = a^2b^2.$$

$$(3) \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + 4 \times (-1)^{2\ 022} - | -2 |^3 + (\pi - 3.14)^0 = (-3)^2 + 4 \times 1 - 8 + 1 = 9 + 4 - 8 + 1 = 6.$$

6. B 【解析】因为 $3^{m+2} = 3^m \cdot 3^2 = 3^m \times 9$, 所以“?”为 9. 故选 B.

7. D 【解析】 $\left(\frac{5}{7}\right)^{2\ 023} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{2\ 024} \times (-1)^{2\ 025} =$

$$\left(\frac{5}{7} \times \frac{7}{5}\right)^{2023} \times \frac{7}{5} \times (-1) = 1 \times \frac{7}{5} \times (-1) = -\frac{7}{5}. \text{ 故选 D.}$$

8. 【解】(1) 因为 $t^m = 3, t^n = 2$, 所以 $t^{m-n} = t^m \div t^n = 3 \div 2 = \frac{3}{2}$.

(2) 因为 $t^m = 3, t^n = 2$, 所以 $t^{2m+1} \cdot t^{3n-1} = t^{2m+1+3n-1} = t^{2m+3n} = t^{2m} \cdot t^{3n} = (t^m)^2 \cdot (t^n)^3 = 3^2 \times 2^3 = 72$.

9. 【解】(1) $2^2 \oplus 2^3 = 2^{2 \times 3} + 2^{2+3} = 2^6 + 2^5 = 64 + 32 = 96$.

(2) $3 \oplus 3' = 108, 3' + 3^{1'+} = 108, 3' + 3 \times 3' = 108, 4 \times 3' = 4 \times 27, 3' = 27, 3' = 3^3$, 则 $t = 3$.

(3) 当 $2^p = 3, 2^q = 5, 3^q = 6$ 时, $2^p \oplus 2^q = 2^{pq} + 2^{p+q} = (2^p)^q + 2^p \times 2^q = 3^q + 3 \times 5 = 6 + 15 = 21$.

2 整式的乘法

课时 1 单项式与单项式相乘



刷基础

1. B 【解析】 $2xy^2 \cdot (-3x^2y) = -6x^3y^3$, 故选 B.

2. C 【解析】因为单项式 $-2x^4y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^8y^{b-a}$ 是同类项, 所以这两个单项式是 $-2x^8y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^8y^3$, 所以这两个单项式的乘积为 $-2x^8y^3 \cdot \frac{1}{2}x^8y^3 = -x^{16}y^6$, 故选 C.

3. C 【解析】原式 $= x^{n^2} \cdot 36x^n = 36x^{n^2+n}$.

4. C 【解析】因为 $(-2x^2)^3 \cdot (x^4 \div x^3) = -8x^6 \cdot (x^4 \div x^3)$, 所以甲错误; 因为 $-8x^5 \cdot (x^4 \div x^3) = -8x^5 \cdot x$, 所以乙正确; 因为 $-8x^5 \cdot x = -8x^6$, 所以丙错误. 故选 C.

5. $-2a^2b, 3ab$ (答案不唯一) 【解析】 $-2a^2b \cdot 3ab = -6a^3b^2$, 故答案为 $-2a^2b, 3ab$ (答案不唯一).

6. $\left(\frac{\pi}{8} + 2\right)x^2$ 【解析】这个拱形门的面积为 $\frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 + x \times 2x = \frac{\pi}{8}x^2 + 2x^2 = \left(\frac{\pi}{8} + 2\right)x^2$ (m²). 故答案为 $\left(\frac{\pi}{8} + 2\right)x^2$.

7. 【解】(1) 原式 $= 6x^5$.

(2) 原式 $= \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{6}a^3b^4c = \frac{1}{3}a^3b^4c$.

(3) 原式 $= -\frac{5}{2}x^2 \cdot 16x^2 = -40x^4$.

关键点拨

首先计算出单项式 $9a^{m+1}b^{n+1}$ 与 $-2a^{2m-1}b^{2n-1}$ 的积, 再根据同类项定义可得 m, n 的值, 进而可得答案.

关键点拨

注意当要求多项式中不含有哪一项时, 应让这一项的系数为 0.

关键点拨

利用“分割法”将此不规则图形分割成一个长方形和一个半圆, 再根据长方形的面积公式和半圆的面积公式进行计算即可.

(4) 原式 $= -4x^2y \cdot x^2y^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}y^3\right) = 2x^4y^6$.

8. 【解】有. 因为废水的体积为 $4(2a^3b)^2c^4 \cdot 4a^2(bc)^3 \cdot 8abc^2 = 512a^9b^6c^9$ (立方分米), $512a^9b^6c^9 = (8a^3b^2c^3)^3$, 所以正方体贮水池的棱长为 $8a^3b^2c^3$ 分米.

9. A 【解析】 $6xy^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^3y\right) = -2x^4y^3$, 所以 $m = -2, n = 4$, 故选 A.

10. 10 【解析】因为 $x^3y^{n+1} \cdot x^{m+n} \cdot y^{2n+2} = x^9y^9$, 所以 $x^{3+m+n}y^{n+1+2n+2} = x^9y^9$, 所以 $3+m+n = 9, n+1+2n+2 = 9$, 解得 $n = 2, m = 4$, 所以 $4m-3n = 4 \times 4 - 3 \times 2 = 16 - 6 = 10$. 故答案为 10.

11. 【解】 $9a^{m+1}b^{n+1} \cdot (-2a^{2m-1}b^{2n-1}) = -18a^{3m}b^{3n}$. 因为 $-18a^{3m}b^{3n}$ 与 $5a^3b^6$ 是同类项, 所以 $3m = 3, 3n = 6$, 解得 $m = 1, n = 2$, 所以 $m^n = 1^2 = 1$.

课时 2 与多项式相关的乘法



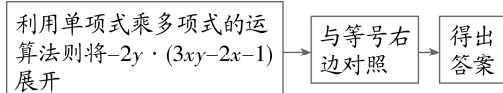
刷基础

1. D 【解析】 $(-m) \cdot (m^2 - mn) = -m^3 + m^2n$. 故选 D.

2. D 【解析】 $(-6x^3) \cdot (x^2 + ax + 1) = -6x^5 - 6ax^4 - 6x^3$, 展开式中不含 x^4 项, 则 $-6a = 0$, 所以 $a = 0$. 故选 D.

3. $2y$

思路分析 | 整式乘法中的遮盖问题



【解析】 $-2y \cdot (3xy - 2x - 1) = -2y \cdot 3xy - (-2y) \cdot 2x - (-2y) = -6xy^2 + 4xy + 2y$, 故 \blacksquare 处应为 $2y$.

4. $(n^2 + n + 4)$ 【解析】由题图可知第 1 个图形中小圆圈的个数为 $1 \times 2 + 4 = 6$; 第 2 个图形中小圆圈的个数为 $2 \times 3 + 4 = 10$; 第 3 个图形中小圆圈的个数为 $3 \times 4 + 4 = 16$; \dots , 则第 n 个图形中小圆圈的个数为 $n(n+1) + 4 = n^2 + n + 4$. 故答案为 $(n^2 + n + 4)$.

5. 【解】(1) $2x(3x^2 - x - 5) = 2x \cdot 3x^2 + 2x \cdot (-x) + 2x \cdot (-5) = 6x^3 - 2x^2 - 10x$.

(2) $\left(\frac{1}{2}ab^2 - \frac{1}{3}a^2b\right) \cdot (-6ab) = \frac{1}{2}ab^2 \cdot (-6ab) + \left(-\frac{1}{3}a^2b\right) \cdot (-6ab) = -3a^2b^3 + 2a^3b^2$.

$$(3)(-2ab)^2 \cdot (3a-2b-1) = (-2ab)^2 \cdot 3a + (-2ab)^2 \cdot (-2b) + (-2ab)^2 \cdot (-1) = 12a^3b^2 - 8a^2b^3 - 4a^2b^2.$$

6. 【解】原式 $= x^2y - 4xy^2 + 2x^2y - 2xy^2 = 3x^2y - 6xy^2$.

把 $x=1, y=-2$ 代入, 得原式 $= 3 \times 1^2 \times (-2) - 6 \times 1 \times (-2)^2 = -30$.

7. B 【解析】原式 $= a^2 + 2ab + 3ab + 6b^2 = a^2 + 5ab + 6b^2$. 故选 B.

8. A 【解析】 $(x-4)(2x+1) = 2x^2 + x - 8x - 4 = 2x^2 - 7x - 4 = 2x^2 + ax - 4$, 则 $a = -7$, 故选 A.

9. 9 【解析】 $(2x-y)(x-2y) = 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2 = 2x^2 - 5xy + 2y^2 = 2(x^2 + y^2) - 5xy$. 因为 $x^2 + y^2 = 22, xy = 7$, 所以原式 $= 2 \times 22 - 5 \times 7 = 44 - 35 = 9$, 故答案为 9.

10. $5m^2 - 7mn - 6n^2$ 【解析】由题意得这个三角形的面积是 $\frac{1}{2}(2m-4n)(5m+3n) = (m-2n) \cdot (5m+3n) = 5m^2 - 7mn - 6n^2$. 故答案为 $5m^2 - 7mn - 6n^2$.

11. 【解】(1) 原式 $= -12x^2 + 9x^3 + 3x + 12xy - 9x^2y - 3y$.

(2) 原式 $= x^2 - 4x - 21 - x^2 + x = -3x - 21$.

12. 【解】(1) 走道外圈的长为 $3x+4+2+2 = (3x+8)$ 米, 宽为 $3x-4+2+2 = 3x$ (米), 所以走道外圈的周长为 $(3x+8+3x) \times 2 = (12x+16)$ 米, 故答案为 $(12x+16)$.

(2) 花坛的面积为 $(3x+4)(3x-4) = 9x^2 - 12x + 12x - 16 = (9x^2 - 16)$ 平方米, 走道的面积为 $3x(3x+8) - (9x^2 - 16) = 9x^2 + 24x - 9x^2 + 16 = (24x+16)$ 平方米.

答: 花坛的面积为 $(9x^2 - 16)$ 平方米, 走道的面积为 $(24x+16)$ 平方米.

(3) 装饰区域外圈的边长为 $3x+8+1 = (3x+9)$ 米, 所以装饰区域的面积为 $(3x+9)^2 - 3x(3x+8) = (30x+81)$ 平方米, 故铺设装饰区域的总费用为 $60 \times (30x+81) = (1\ 800x + 4\ 860)$ 元.

答: 铺设装饰区域的总费用为 $(1\ 800x + 4\ 860)$ 元.

刷提升

1. C 【解析】由题易得甲、乙、丙三种纸片的面积分别为 x^2, xy, y^2 . 因为 $(4x+3y)(3x+2y) =$

$12x^2 + 17xy + 6y^2$, 所以拼接 (不重叠、无缝隙) 出一个长、宽分别为 $4x+3y$ 和 $3x+2y$ 的长方形, 需要甲种纸片 12 张, 乙种纸片 17 张, 丙种纸片 6 张. 因为现有甲、乙、丙三种长方形或正方形纸片各 12 张, 所以甲种纸片正好用完, 丙种纸片剩余 6 张, 乙种纸片缺少 5 张. 故选 C.

2. A 【解析】 $(x+15)(x-\text{ }) = x^2 + 15x - \text{ }x - 15 \times \text{ } = x^2 + (15 - \text{ })x - 15 \times \text{ }$. 因为 “ ” 处的数字是正数, 所以 $-15 \times \text{ } < 0$. 由题意得, $-15 \times \text{ } = -2\ 025$, 解得 $\text{ } = 135$, 所以 $15 - \text{ } = 15 - 135 = -120$, 所以 $(x+15)(x-\text{ }) = x^2 - 120x - 2\ 025$, 所以计算结果正确的是甲. 故选 A.

思路分析

先根据错误的计算结果求出 m 的值, 再将 m 的值代入正确算式计算出正确结果.

3. $5x^2 + 26x - 24$ 【解析】因为 $(x-m)(5x-4) = 5x^2 - 34x + 24$, 所以 $5x^2 - 4x - 5mx + 4m = 5x^2 - 34x + 24$, 所以 $4m = 24$, 解得 $m = 6$, 所以 $(x+m)(5x-4) = (x+6)(5x-4) = 5x^2 - 4x + 30x - 24 = 5x^2 + 26x - 24$.

4. 3 【解析】因为长方形甲的长为 $m+5$, 宽为 $m+3$, 所以长方形甲的周长为 $2(m+3) + 2(m+5) = 4m+16$, 面积 $S_1 = (m+5)(m+3) = m^2 + 8m + 15$, 所以长方形乙的周长为 $4m+16$. 因为长方形乙的宽为 $m+2$, 所以长为 $\frac{1}{2}[4m+16-2(m+2)] = m+6$, 所以面积 $S_2 = (m+6)(m+2) = m^2 + 8m + 12$, 所以 $S_1 - S_2 = (m^2 + 8m + 15) - (m^2 + 8m + 12) = 3$, 故答案为 3.

5. 【解】 $x(x-m) + n(x+m) = x^2 - mx + nx + mn = x^2 + (n-m)x + mn = x^2 + 5x - 6$ 对任意数 x 都成立, 所以 $n-m = 5, mn = -6$, 则 $m(n-1) + n(m+1) = n-m + 2mn = 5 - 12 = -7$.

思路分析

设 $2\ 007 = a$, 利用题干中的方法将 x, y 用含 a 的代数式表示, 再利用单项式乘多项式和多项式乘多项式的法则化简后即可得出结论.

6. 【解】设 $2\ 007 = a$, 则 $x = a(a+4) - (a+1)(a+3) = a^2 + 4a - (a^2 + 3a + a + 3) = a^2 + 4a - a^2 - 3a - a - 3 = -3, y = (a+1)(a+5) - (a+2)(a+4) = (a^2 + 5a + a + 5) - (a^2 + 4a + 2a + 8) = a^2 + 5a + a + 5 - a^2 - 4a - 2a - 8 = -3$, 所以 $x = y$.

刷素养

7. 【解】(1) $M = (x+5)(x+8) - (x+6)(x+7) = (x^2 + 5x + 8x + 40) - (x^2 + 6x + 7x + 42) = x^2 + 5x + 8x + 40 - x^2 - 6x - 7x - 42 = -2$.

(2) 因为 2, 4, m , 9 是一组平衡数, 所以 $(x+2)(x+9) - (x+4)(x+m)$ 的结果为常数. 因为 $(x+2) \cdot (x+9) - (x+4) \cdot (x+m) = (x^2 + 2x + 9x + 18) -$

$(x^2+4x+mx+4m)=x^2+2x+9x+18-x^2-4x-mx-4m=(7-m)x+(18-4m)$, 所以 $7-m=0$, 所以 $m=7$.

(3) $a+d=b+c$. 理由: 因为 a, b, c, d 是一组平衡数, 所以 $(x+a)(x+d)-(x+b)(x+c)$ 的结果为常数. 因为 $(x+a)(x+d)-(x+b)(x+c)=(x^2+ax+dx+ad)-(x^2+bx+cx+bc)=x^2+(a+d)x+ad-x^2-(b+c)x-bc=(a+d)x-(b+c)x+(ad-bc)=[(a+d)-(b+c)]x+(ad-bc)$, 所以 $(a+d)-(b+c)=0$, 所以 $a+d=b+c$.

3 乘法公式

课时 1 平方差公式的认识

刷基础

1. **C** 【解析】能用平方差公式计算的是 $(b+a)^2 \cdot (a^2-b)$. 故选 C.

2. **D** 【解析】 $(3x-1)(3x+1)=(3x)^2-1=9x^2-1$. 故选 D.

3. **B** 【解析】 $(x+2y-1)(x-2y+1)=[x+(2y-1)][x-(2y-1)]=x^2-(2y-1)^2$. 故选 B.

4. **A** 【解析】因为 $(a+1)(a-1)=35$, 所以 $a^2-1=35$, 所以 $a^2=36$, 所以 $a=\pm 6$, 故选 A.

5. **6** 【解析】因为 $x+y=2, x-y=3$, 所以 $(x+y)(x-y)=2 \times 3$, 即 $x^2-y^2=6$.

6. x^8-1 【解析】 $(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)=x^8-1$. 连续应用平方差公式可以使

7. 【解】(1) 原式 $=4m^2-9n^2$.

$$(2) \text{原式} = (-3a)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2 = 9a^2 - \frac{1}{4}b^2.$$

$$(3) \text{原式} = (y-4x)(y+4x) = y^2 - (4x)^2 = y^2 - 16x^2.$$

$$(4) \text{原式} = x^2 - y^2 + y^2 - z^2 - x^2 + z^2 = 0.$$

8. **D** 【解析】设两个连续奇数是 $2n-1$ 和 $2n+1$ (其中 n 取正整数). 因为 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) = 4n \cdot 2 = 8n$, 所以由这两个连续奇数构造的“创新数”是 8 的倍数. 因为 20, 22, 30 都不是 8 的倍数, 所以它们不是“创新数”; 因为 32 是 8 的倍数, 所以 32 是“创新数”, 且 $32=9^2-7^2$, 故选 D.

9. 【解】(1) 原式 $=x^2-2x-(x^2-4)=x^2-2x-x^2+4=-2x+4$. 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, 原式 $=-1+4=3$.

(2) 因为 $(2a+2b-1)(2a+2b+1)=63$, 所

刷有所得
连续应用平方差公式可以使得字母的指数成 2 倍增长, 如本题中 x, x^2, x^4, x^8 .

关键点拨
(2) 此处将 $2a+2b$ 看成一个整体, 然后使用平方差公式化简.

以 $[(2a+2b)-1][(2a+2b)+1]=63$, 所以 $(2a+2b)^2-1=63$, 所以 $(2a+2b)^2=64$, 所以 $2a+2b=\pm 8$, 所以 $a+b=4$ 或 $a+b=-4$.

10. 【解】(1) $(6+3)^2-6^2=81-36=45=3 \times 15$, 所以 $(6+3)^2-6^2$ 的结果是 3 的 15 倍. 故答案为 15.

(2) 由题意得偶数为 $2n$, 比 $2n$ 大 3 的数为 $2n+3$, 所以 $(2n+3)^2-(2n)^2=(2n+3+2n)(2n+3-2n)=3(4n+3)$. 因为 $4n+3$ 为整数, 所以 $3(4n+3)$ 能被 3 整除.

(3) 余数为 3. 理由如下: 设整数为 m , 比 m 大 3 的数为 $m+3$, 则 $(m+3)^2-m^2=(m+3+m)(m+3-m)=6m+9=6(m+1)+3$. 因为 $m+1$ 为整数, 所以 $6(m+1)+3$ 被 6 整除的余数为 3.

课时 2 平方差公式的应用

刷基础

1. **C** 【解析】题图(2)中拼成的长方形的面积可以表示为 $(a+2b)(a-2b)$, 题图(1)中阴影部分的面积可以表示为 a^2-4b^2 , 所以 $(a+2b)(a-2b)=a^2-4b^2$, 故选 C.

2. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 【解析】题图(1)中阴影部分的面积可以看成两个正方形的面积差, 即 a^2-b^2 , 题图(2)是长为 $a+b$, 宽为 $a-b$ 的长方形, 因此其面积为 $(a+b)(a-b)$, 所以有 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$. 故答案为 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

3. **B** 【解析】 $993 \times 1\,007$ 变形为 $(1\,000-7) \times (1\,000+7)$, 可用平方差公式计算. 故选 B.

4. (1) 平方差公式

$$(2) \text{【解】} 9 \times 11 \times 101 = (10-1) \times (10+1) \times 101 = (100-1) \times 101 = (100-1) \times (100+1) = 100^2 - 1^2 = 9\,999.$$

5. **A** 【解析】改造前正方形跳远沙池的面积为 a^2 平方米, 改造后长方形跳远沙池的面积为 $(a+1)(a-1)=(a^2-1)$ 平方米, 所以改造后跳远沙池的面积减小了 1 平方米, 故选 A.

6. 【解】(1) 根据题意得, 题图(2)中长方形的长是 $\frac{1}{2}a \times 2 + b = a+b$, 宽是 $a-b$. 故答案为 $a+b, a-b$.

$$(2) \text{由题图可知, } S_1 = a^2 - b^2, S_2 = (a+b)(a-b) - b^2 = a^2 - 2b^2, \text{ 所以 } S_1 - S_2 = a^2 - b^2 - (a^2 -$$

$2b^2) = a^2 - b^2 - a^2 + 2b^2 = b^2 > 0$, 所以 $S_1 > S_2$.

刷提升

1. A 【解析】设大正方形 $ABCD$ 与小正方形 $EFGH$ 的边长分别为 a, b , 则有 $a^2 = 15$, 阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}(a+b)(a-b) = 6$, 即 $a^2 - b^2 = 12$, 可得 $b^2 = 3$, 即正方形 $EFGH$ 的面积是 3. 故选 A.

2. D 【解析】原式 $= 2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^8}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2^8}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 \times \left(1 - \frac{1}{2^{16}}\right) + \frac{1}{2^{15}} = 2 - \frac{1}{2^{15}} + \frac{1}{2^{15}} = 2$, 故选 D.

3. 1 600 【解析】 $\left(39 + \frac{8}{13}\right) \left(40 + \frac{5}{13}\right) = \left(40 - \frac{5}{13}\right) \cdot \left(40 + \frac{5}{13}\right) = 1\,600 - \frac{25}{169} = a - b$. 因为 a 是整数, $0 < b < 1$, 所以 $a = 1\,600, b = \frac{25}{169}$, 故答案为 1 600.

4. 【解】(1) $A \cdot B + 13$ 的值不可能为负数. 理由如下:
因为 $A \cdot B + 13 = (2t+3)(2t-3) + 13 = 4t^2 - 9 + 13 = 4t^2 + 4$.
因为 $4t^2 \geq 0$,
所以 $4t^2 + 4 > 0$,
所以 $A \cdot B + 13$ 的值不可能为负数.
(2) $A^2 - B^2 = (2t+3)^2 - (2t-3)^2 = (4t^2 + 6t + 6t + 9) - (4t^2 - 6t - 6t + 9) = 4t^2 + 12t + 9 - 4t^2 + 12t - 9 = 24t$.
因为 t 是整数,
所以 $24t$ 一定能被 24 整除,
即当 t 是整数时, $A^2 - B^2$ 的值一定能被 24 整除.

刷素养

5. 【解】(1) ① $13 \times 29 - 11 \times 31 = 377 - 341 = 36$,
 $35 \times 51 - 33 \times 53 = 1\,785 - 1\,749 = 36$.
故答案为 36, 36.

关键点拨
在前面乘一个 $2 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$,
然后再连续利用平方差公式计算.

思路分析
根据完全平方公式可得 b_1, b_2 的值, 从而可得答案.

②由题意得 a, b, c, d 所对应的数分别为 $x-10, x-8, x+8, x+10$.

故答案为 $x-10, x-8, x+8, x+10$. $bc - ad = (x-8)(x+8) - (x-10)(x+10) = x^2 - 64 - x^2 + 100 = 36$.

(2)不能. 理由: 由题意得 $m = y-19, n = y-17$, 则 $mn - y^2 = (y-19)(y-17) - y^2 = y^2 - 17y - 19y + 323 - y^2 = -36y + 323$.

若 $mn - y^2 = -649$,
则 $-36y + 323 = -649$,

解得 $y = 27$.

由题图(1)可知 y 不能为 27, 所以在框出的“T”字形中, $mn - y^2$ 的值不能等于 -649.

课时 3 完全平方公式的认识

刷基础

1. A 【解析】选项 A 中的阴影部分的面积能够直观地解释 $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$. 故选 A.

2. D 【解析】A 选项, $(a+2b)(a-2b)$ 可以利用平方差公式计算, 故不符合题意; B 选项, $(2a+5b)(2a-5b)$ 可以利用平方差公式计算, 故不符合题意; C 选项, $(2a+b)(a+2b)$ 可以利用多项式乘多项式法则计算, 故不符合题意; D 选项, $(2a+1)(-2a-1) = -(2a+1)^2$ 可以利用完全平方公式计算, 故符合题意. 故选 D.

3. C 【解析】 $(3x+y)^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$, 故①运算错误; $(a-2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$, 故②运算错误; $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, 故③运算正确; $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$, 故④运算错误. 所以运算错误的有①②④, 共 3 个. 故选 C.

4. 12 【解析】因为 $(x+k)^2 = x^2 + 2kx + k^2 = x^2 + 24x + k^2$, 所以 $2k = 24$, 解得 $k = 12$. 故答案为 12.

5. 0 【解析】小红将 $(5x+19)^2$ 展开后得到 $a_1x^2 + b_1x + c_1$, 小芳将 $(5x-19)^2$ 展开后得到 $a_2x^2 + b_2x + c_2$, 且 $(5x+19)^2 = 25x^2 + 190x + 361$, $(5x-19)^2 = 25x^2 - 190x + 361$, 所以 $b_1 = 190, b_2 = -190$, 所以 $b_1 + b_2 = 0$, 故答案为 0.

6. 0 【解析】因为 $|x+y| = x-y$, 所以两边同时平方并展开得 $x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + y^2 - 2xy$, 所以 $xy = 0$, 故答案为 0.

7. 12 【解析】设正方形 A 和 B 的边长分别为 a 和 b , 所以题图 (1) 中阴影部分的面积为 $(a-b)^2=3$, 即 $a^2-2ab+b^2=3$, ① 题图 (2) 中新构造的大正方形的面积为 $(a+b)^2=27$, 即 $a^2+2ab+b^2=27$, ② ②-①, 得 $4ab=24$, 即 $ab=6$, 所以题图 (2) 中阴影部分的面积为 $(a+b)^2-a^2-b^2=2ab=12$. 故答案为 12.

8. 【解】(1) $(2x-3y)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$.

$$(2) \left(2x+\frac{1}{2}\right)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=4x^2+2x+\frac{1}{4}.$$

$$(3) (-3a-4)^2=(-3a)^2+2\cdot (-3a)\cdot (-4)+(-4)^2=9a^2+24a+16.$$

$$(4) (-mn+3)^2=(-mn)^2+2\cdot (-mn)\cdot 3+3^2=m^2n^2-6mn+9.$$

9. 【解】(1) 题图 (2) 中阴影部分是边长为 $m-n$ 的正方形, 所以面积为 $(m-n)^2$, 题图 (2) 中阴影部分也可以看成大正方形与四个小长方形的面积差, 即 $(m+n)^2-4mn$. 故答案为 $(m-n)^2, (m+n)^2-4mn$.

(2) 由 (1) 可知, $(m-n)^2=(m+n)^2-4mn$.

(3) 由 (2) 可知, $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$. 因为 $x+y=8, x-y=6$, 所以 $36=64-4xy$, 所以 $xy=7$.

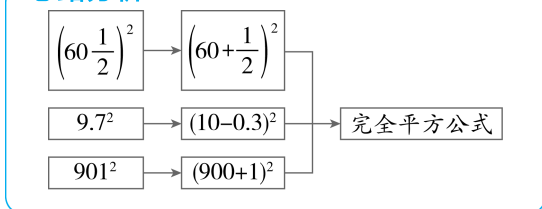
课时 4 完全平方公式的应用



刷基础

1. C 【解析】A 选项, $(79+0.8)^2=79^2+2\times 79\times 0.8+0.8^2$; B 选项, $(70+9.8)^2=70^2+2\times 70\times 9.8+9.8^2$; C 选项, $(80-0.2)^2=80^2-2\times 80\times 0.2+0.2^2$; D 选项, $(100-20.2)^2=100^2-2\times 100\times 20.2+20.2^2$. 选项 A、B、D 都不如选项 C 计算简便. 故选 C.

2. 思路分析



【解】(1) 原式 $= \left(60+\frac{1}{2}\right)^2=60^2+2\times 60\times \frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=3\ 660\frac{1}{4}$.

思路分析

利用完全平方公式和单项式乘多项式的法则将所求代数式化简, 再把已知条件变形后整体代入计算即可.

思路分析

将两式作差并计算, 然后将结果与 0 比较大小即可.

$$(2) \text{原式}=(10-0.3)^2=10^2-2\times 10\times 0.3+0.3^2=94.09.$$

$$(3) \text{原式}=(900+1)^2=900^2+2\times 900\times 1+1^2=811\ 801.$$

3. B 【解析】因为 $(a+b)^2=20, (a-b)^2=4$, 所以 $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab=16$, 所以 $ab=4$, 所以这个长方形的面积为 4, 故选 B.

4. 7 【解析】因为 $(x-117)^2+(119-x)^2=16$, 所以 $(x-117)^2+(x-119)^2=16$, 所以 $[(x-118)+1]^2+[(x-118)-1]^2=16$, 所以 $(x-118)^2+2(x-118)+1+(x-118)^2-2(x-118)+1=16$, 整理得 $2(x-118)^2=14$, 则 $(x-118)^2=7$, 故答案为 7.

5. 【解】解法一错误, 从第一步开始出错; 解法二错误, 从第一步开始出错.

正确的解答过程: 原式 $=1-6x+9x^2-(9x^2-1)=1-6x+9x^2-9x^2+1=2-6x$.

6. 【解】(1) 原式 $=a^2-10a+25+4a-a^2=-6a+25$.

$$(2) \text{原式}=[(x+2y)+3][(x+2y)-3]=(x+2y)^2-3^2=x^2+4xy+4y^2-9.$$

$$(3) \text{原式}=2(a^2+2a+1)+(a-2a^2+1-2a)=2a^2+4a+2-2a^2-a+1=3a+3.$$

$$(4) \text{原式}=4x^2-25y^2-x^2-6xy-9y^2=3x^2-6xy-34y^2.$$

7. 【解】 $(2x+1)^2-2(x-3)=4x^2+4x+1-2x+6=4x^2+2x+7$.

$$\text{因为 } 2x^2+x-1=0,$$

$$\text{所以 } 2x^2+x=1,$$

$$\text{所以 } 4x^2+2x=2(2x^2+x)=2,$$

$$\text{所以原式}=2+7=9.$$

8. 【解】验证: 10 的一半为 5, $5=1+4=1^2+2^2$.

探究: $(m+n)^2+(m-n)^2=m^2+2mn+n^2+m^2-2mn+n^2=2m^2+2n^2=2(m^2+n^2)$, 故两个已知正整数之和与这两个正整数之差的平方和一定是偶数, 且该偶数的一半也可以表示为两个正整数的平方和.



刷提升

1. B 【解析】因为 $M=(x+2)(x+4), N=(x+3)^2$, 所以 $M-N=(x+2)(x+4)-(x+3)^2=x^2+6x+8-x^2-6x-9=-1<0$, 所以 $M<N$, 故选 B.

2. C 【解析】设 $AB = a, BC = b$. 由题意得 $\pi a + \pi b = 16\pi, \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \pi \times \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 44\pi$, 所以 $a + b = 16, a^2 + b^2 = 176$. 因为 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, 所以 $256 = 176 + 2ab$, 所以 $ab = 40$, 所以 $S_{\text{长方形}ABCD} = 40$. 故选 C.

3. C 【解析】 $[(2\ 024 - a) + (a - 2\ 025)]^2 = (2\ 024 - a)^2 + (a - 2\ 025)^2 + 2(2\ 024 - a)(a - 2\ 025)$. 因为 $[(2\ 024 - a) + (a - 2\ 025)]^2 = (-1)^2 = 1, (2\ 024 - a)^2 + (a - 2\ 025)^2 = 7$, 所以 $1 = 7 + 2(2\ 024 - a)(a - 2\ 025)$, 所以 $(2\ 024 - a)(a - 2\ 025) = -3$, 故选 C.

4. 4y (答案不唯一) 【解析】代数式 $4y^2 + 1$ 与一个单项式的和是一个多项式的平方, 这个单项式可以是 $4y$. 故答案为 $4y$ (答案不唯一).

5. 【解】(1) 由题图(2)得正方形的面积为 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, 所以 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$. 故答案为 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

(2) 因为 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$, $a + b + c = 10, ab + ac + bc = 35$, 所以 $10^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2 \times 35$, 所以 $a^2 + b^2 + c^2 = 100 - 70 = 30$. 故答案为 30.

(3) 由题意得 $(3a + b)(a + 3b) = xa^2 + yb^2 + zab$, 所以 $3a^2 + 10ab + 3b^2 = xa^2 + yb^2 + zab$, 所以 $x = 3, y = 3, z = 10$, 所以 $x + y + z = 16$. 故答案为 16.

(4) 因为原几何体的体积为 $x^3 - 1 \times 1 \cdot x = x^3 - x$, 新几何体的体积为 $(x + 1)(x - 1)x$, 所以 $x^3 - x = (x + 1)(x - 1)x$. 故答案为 $x^3 - x = x(x + 1)(x - 1)$.

6. 【解】(1) 因为多项式 $(a + b)^1$ 展开式共有 2 项, 各项系数和为 2^1 ; 多项式 $(a + b)^2$ 展开式共有 3 项, 各项系数和为 2^2 ; 多项式 $(a + b)^3$ 展开式共有 4 项, 各项系数和为 2^3 ; 多项式 $(a + b)^4$ 展开式共有 5 项, 各项系数和为 2^4 , 所以多项式 $(a + b)^5$ 展开式共有 6 项, 各项系数和为 $2^5 = 32$. 故答案为 6, 32.

(2) 依题意, 多项式 $(a + b)^5$ 展开式共有 6 项, 各项系数和为 $1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 = 32 = 2^5$. 令 $(a + b)^5$ 中, $a = \frac{1}{2}, b = -1$, 则 $\left(\frac{1}{2} - 1\right)^5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^5 +$

关键点拨
熟练掌握完全平方公式及其特征是解题的关键.

关键点拨
利用直接法和间接法分别求得几何图形的面积或体积, 然后根据它们的面积或体积相等列出等式是解题的关键.

$5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1) + 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (-1)^2 + 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (-1)^3 + 5 \times \frac{1}{2} \times (-1)^4 + (-1)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 - 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{2} - 1$, 故原式 $= \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = -\frac{1}{32}$. 故答案为 $-\frac{1}{32}$.

(3) $c_1 = 1, c_2 = 1 + 2 = 3 = \frac{(1+2) \times 2}{2}, c_3 = 1 + 2 + 3 =$

$6 = \frac{(1+3) \times 3}{2}, c_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 = \frac{(1+4) \times 4}{2}, \dots,$

所以 $c_8 = \frac{(1+8) \times 8}{2} = 36$, 所以 $c_m = \frac{m(1+m)}{2}$.

$\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_{100}} = \frac{1}{\frac{(1+1) \times 1}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} +$

$\frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{(1+100) \times 100}{2}} = \frac{2}{2 \times 1} + \frac{2}{3 \times 2} +$

$\frac{2}{4 \times 3} + \dots + \frac{2}{101 \times 100} = 2 \left(\frac{1}{2 \times 1} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3} + \dots + \right.$

$\left. \frac{1}{101 \times 100} \right) = 2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{101} - \right.$

$\left. \frac{1}{101} \right) = 2 \times \left(1 - \frac{1}{101} \right) = 2 \times \frac{100}{101} = \frac{200}{101}$. 故答案为

$36, \frac{m(1+m)}{2}, \frac{200}{101}$.

刷素养

7. (1) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

【解】(2) 设 $4 - x = m, 5 - x = n$, 则 $m - n = 4 - x - (5 - x) = -1, mn = (4 - x)(5 - x) = 6$. 因为 $(m - n)^2 = m^2 + n^2 - 2mn$, 所以 $(-1)^2 = m^2 + n^2 - 12$, 所以 $m^2 + n^2 = 13$, 即 $(4 - x)^2 + (5 - x)^2 = 13$.

(3) 因为各边上的四个数字的和都等于 21, 三角形各圆圈的数字之和为 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, 所以 $x + y + x + y = 21 \times 3 - 45 = 18$, 所以 $2(x + y) = 18$, 所以 $x + y = 9$. 因为 $A + B + C = 411$, 而三角形各圆圈的数字的平方和为 $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 = 285$, 所以 $(x + y)^2 + x^2 + y^2 = 411 - 285 = 126$, 所以 $x^2 + 2xy + y^2 + x^2 + y^2 = 126$, 所以 $2(x^2 + y^2 + xy) = 126$, 所以 $x^2 + y^2 + xy = 63$. 因为 $x + y = 9$, 所以 $(x + y)^2 = 9^2$, 所以 $x^2 + 2xy + y^2 = 81$, 所以 $x^2 + y^2 = 81 - 2xy$. 将 $x^2 +$

$y^2 = 81 - 2xy$ 代入 $x^2 + y^2 + xy = 63$, 得 $81 - 2xy + xy = 63$, 所以 $xy = 18$.

微专题

1. 【解】因为 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 9$, ①

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 25, \text{ ②}$$

所以 ①+② 得 $2(a^2 + b^2) = 34$, 即 $a^2 + b^2 = 17$,

①-② 得 $4ab = -16$, 即 $ab = -4$.

2. 【解】因为 $x-y=5$, $xy=2$, 所以 $x^2+y^2 = (x-y)^2 + 2xy = 5^2 + 2 \times 2 = 29$, $(x+y)^2 - 6 = (x-y)^2 + 4xy - 6 = 5^2 + 4 \times 2 - 6 = 25 + 8 - 6 = 27$.

3. 【解】(1) 因为 $m^2+n^2=40$, $m+n=-4$, 所以 $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 = 40 + 2mn = 16$, 所以 $mn = -12$.

(2) 由 (1) 得 $mn = -12$. 因为 $m^2+n^2=40$, 所以 $(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2 = 40 + 24 = 64$, 所以 $m-n=8$ 或 $m-n=-8$.

微专题

1. 27 【解析】因为 $m - \frac{1}{m} = 5$, 所以 $m^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} = 25$, 所以 $m^2 - 2 + \frac{1}{m^2} = 25$, 所以 $m^2 + \frac{1}{m^2} = 25 + 2 = 27$, 故 $m^2 + \frac{1}{m^2}$ 的值为 27.

关键点拨
 m 与 $\frac{1}{m}$ 互为倒数, 即乘积为 1, 所以完全平方公式中“ $2ab$ ”这一项就等于 2.

2. 2 【解析】因为 $a + \frac{1}{a} = -2$, 所以 $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 4$,

$$\text{即 } a^2 + \frac{1}{a^2} = 2, \text{ 所以 } a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 4, \text{ 即 } a^4 + \frac{1}{a^4} = 2.$$

故答案为 2.

重难点专题 2 乘法公式的应用

刷难关

1. D 【解析】 $(a+b)^2(a-b)^2 = [(a+b)(a-b)]^2 = (a^2-b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$. 故选 D.

2. 【解】 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 3y^2 = x^2 - 4xy + 4y^2 - x^2 + y^2 - 3y^2 = 2y^2 - 4xy$. 因为 $y^2 - 2xy - 1 = 0$,

所以 $y^2 - 2xy = 1$, 所以原式 $= 2(y^2 - 2xy) = 2 \times 1 = 2$.

3. 【解】 $(4-a)(a+4) + a(a-1) + a = (4-a)(4+a) + a(a-1) + a = 16 - a^2 + a^2 - a + a = 16$, 则原式的值是一个常数, 它的值与 a 的取值无关.

易错警示
括号前是负号, 去括号后注意括号内各项符号改变.

4. 【解】(1) 原式 $= (2\ 024 - 2) \times (2\ 024 + 2) - 2\ 024^2 = 2\ 024^2 - 2^2 - 2\ 024^2 = -4$.

(2) 原式 $= (200-1)^2 = 200^2 - 2 \times 200 \times 1 + 1^2 = 40\ 000 - 400 + 1 = 39\ 601$.

5. 13 【解析】因为 $a+b=-2$, $ab=-3$, 所以 $a^2 - ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 3ab = (a+b)^2 - 3ab = (-2)^2 - 3 \times (-3) = 13$. 故答案为 13.

6. 【解】(1) 因为 $a-b=1$, 所以 $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 1$. 因为 $a^2 + b^2 = 13$, 所以 $13 - 2ab = 1$, 所以 $ab = 6$.

(2) 因为 $a^2 + b^2 = 13$, $ab = 6$, 所以 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 13 + 12 = 25$, 所以 $a+b=5$ 或 -5 . 因为 $a^2 - b^2 - 8 = (a+b)(a-b) - 8$, 所以当 $a+b=5$ 时, $(a+b)(a-b) - 8 = -3$; 当 $a+b=-5$ 时, $(a+b)(a-b) - 8 = -5 - 8 = -13$.

综上, $a^2 - b^2 - 8$ 的值为 -3 或 -13 .

7. 【解】(1) 因为 $(30-x)^2 + (x-20)^2 = 120$, $(30-x) + (x-20) = 30-x+x-20 = 10$, 所以 $2(30-x) \cdot (x-20) = [(30-x) + (x-20)]^2 - [(30-x)^2 + (x-20)^2] = 10^2 - 120 = -20$, 所以 $(30-x)(x-20) = -10$.

(2) 阿凡提没有损失. 由题意得, $AG = AD - DG = 24 - a$, $AE = AB - BE = 30 - a$, 则区域②的面积为 $(24-a)(30-a) = 340$. 因为长方形 $ABCD$ 的面积为 $30 \times 24 = 720$, 正方形 $AGHI$ 、正方形 $AJKE$ 的面积的和为 $(24-a)^2 + (30-a)^2 = [(30-a) - (24-a)]^2 + 2(30-a)(24-a) = 6^2 + 2 \times 340 = 716$, $716 < 720$, 所以阿凡提没有损失.

4 整式的除法

刷基础

1. C 【解析】 $-\frac{1}{2}a^2b \div ab = -\frac{1}{2}(a^2 \div a) \cdot (b \div b) = -\frac{1}{2}a$. 故选 C.

2. D 【解析】因为 $x^m y^n \div \frac{1}{4}x^3 y = 4x^{m-3}y^{n-1} = 4x^2y$, 所以 $m-3=2$, $n-1=1$, 解得 $m=5$, $n=2$. 故选 D.

3. $-\frac{1}{32}ab^5$ 【解析】原式 $= -\frac{1}{64}a^3b^6 \div 0.5a^2b =$

$$-\frac{1}{32}ab^5. \text{ 故答案为 } -\frac{1}{32}ab^5.$$

4. 【解】(1) 原式 $= -12x^3y^2 \div (-6x^3y) = 2y$.
(2) 原式 $= a^6 + 8a^6 + 3a^6 = 12a^6$.

5. 【解】根据题意得 $\left(\frac{1}{2}x^4y^4 \cdot x^3y\right) \div \left(\frac{1}{4}x^4 \cdot y^3\right) = \frac{1}{2}x^7y^5 \div \frac{1}{4}x^4y^3 = 2x^3y^2$. 当 $x=2, y=1$ 时, $2x^3y^2 = 16$.

答: 应该至少购买 $2x^3y^2$ 块这样的塑料扣板, 当 $x=2, y=1$ 时, 扣板为 16 块.

6. C 【解析】原式 $= 3ab \div a - 2a \div a = 3b - 2$. 故选 C.

7. $2x^4y^3 + 3xy$ 【解析】由题意得 $(4x^6y^4 + 6x^3y^2) \div 2x^2y = 2x^4y^3 + 3xy$. 故答案为 $2x^4y^3 + 3xy$.

8. $(2a^2 - a)$ 【解析】由题意得 $(14a^3 - 7a^2) \div 7a = (2a^2 - a)$ 千克. 故答案为 $(2a^2 - a)$.

9. 120 【解析】 $n = (4a^2b - 2a^3) \div (-2a)^2 = (4a^2b - 2a^3) \div 4a^2 = b - \frac{1}{2}a$. 当 $a=2, b=4$ 时, $m = a^2 + ab^2 + \frac{1}{4}b^2 = 2^2 + 2 \times 4^2 + \frac{1}{4} \times 4^2 = 4 + 32 + 4 = 40, n = b - \frac{1}{2}a = 4 - \frac{1}{2} \times 2 = 3$, 所以 $mn = 40 \times 3 = 120$. 故答案为 120.

10. 【解】(1) $\left(x^2y - \frac{1}{2}xy^2 - xy\right) \div \frac{1}{2}xy = x^2y \div \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}xy^2 \div \frac{1}{2}xy - xy \div \frac{1}{2}xy = 2x - y - 2$.
(2) $[(3a+b)^2 - b^2] \div a = (9a^2 + 6ab + b^2 - b^2) \div a = (9a^2 + 6ab) \div a = 9a^2 \div a + 6ab \div a = 9a + 6b$.

刷易错

11. 【解】答案不正确. 正确答案如下: 原式 $= 2x^2y^2 - 3xy + 1$.

刷提升

1. C 【解析】正确结果为原式 $= 6x^3y \div 3xy - 3x^2y^2 \div 3xy = 2x^2 - xy$, 错误结果为原式 $= 6x^3y \div 3xy + 3x^2y^2 \div 3xy = 2x^2 + xy$, 所以正确结果与错误结果的乘积为 $(2x^2 - xy)(2x^2 + xy) = 4x^4 - x^2y^2$, 故选 C.

2. A 【解析】由题意可得 $(3mn \times 2)^3 \div (-3m^3n^2) = 216m^3n^3 \div (-3m^3n^2) = -72n$. 故选 A.

3. C 【解析】三角形的底边长为 $2(4n^2 + 2n) \div 2n = 4n + 2$.

4. $8a + 2b$ 【解析】根据题意, 得纸盒底部长方形

易错警示

整式的混合运算要注意:
(1) 运算顺序不能错; (2) 符号不能错; (3) 只有同类项才能进行合并.

思路分析

(1) 根据整式除法的竖式计算方法进行计算即可;
(2) 先用字母 a, x 表示出长方形 A、B 的周长, 再根据“长方形 B 的周长是长方形 A 周长的 2 倍”得到 $a = 2x - 6$, 接着用只含 x 的式子表示出长方形 B、C 的面积, 最后利用整式除法的竖式计算方法求出长方形 C 的另一边长.

易错警示

多项式除以单项式所得商的项数与原多项式的项数相同, 特别要注意被除式中的项与除式相同时, 不要漏掉常数项“1”.

的宽为 $4a^2b \div ab = 4a$, 所以纸盒底部长方形的周长为 $2(4a + b) = 8a + 2b$. 故答案为 $8a + 2b$.

5. 2025 【解析】观察上面两个式子可以知道, 先进行整式运算, 再把所得结果中 x, y, z 的指数依次排列, 就可以得到密码后四位. $(x^5)^6 y^4 z^6 \div x^{10} y^2 z = x^{30} y^4 z^6 \div x^{10} y^2 z = x^{20} y^2 z^5$, 所以他输入的密码后四位是 2025. 故答案为 2025.

6. 【解】(1) $A = (4x^4 - x^2) \div x^2 = 4x^2 - 1, B = (2x + 5)(2x - 5) + 1 = 4x^2 - 25 + 1 = 4x^2 - 24$.

(2) 由 $y - A = B$, 得 $y = A + B = 4x^2 - 1 + 4x^2 - 24 = 8x^2 - 25$.

(3) 把 $y = 7$ 代入 (2) 中关系式得 $8x^2 - 25 = 7$, 所以 $x^2 = 4$, 则原式 $= 8 \times 4 + (8 \times 4 - 7)^2 - 30 = 32 + 625 - 30 = 627$.

刷素养

7. (1) $x^2 + 2x + 1 - 8$ 【解析】如图 (1), 用竖式进行计算, $(x^3 + 4x^2 + 5x - 6) \div (x + 2)$ 的商式是 $x^2 + 2x + 1$, 余式是 -8 . 故答案为 $x^2 + 2x + 1, -8$.

$$\begin{array}{r} x^2+2x+1 \\ x+2 \overline{) x^3+4x^2+5x-6} \\ \underline{x^3+2x^2} \\ 2x^2+5x-6 \\ \underline{2x^2+4x} \\ x-6 \\ \underline{x+2} \\ -8 \end{array}$$

图 (1)

(2) 【解】长方形 A 的周长为 $2(x + 2 + x - 2) = 4x$. 长方形 B 的周长为 $2(x - 2 + a + x + 2 + 6) = 4x + 2a + 12$.

因为长方形 B 的周长是长方形 A 周长的 2 倍, 所以 $4x + 2a + 12 = 8x$, 所以 $a = 2x - 6$,

所以长方形 B 的面积为 $(x + 2 + 6)(x - 2 + 2x - 6) = (x + 8)(3x - 8) = 3x^2 + 16x - 64$,

所以长方形 C 的面积为 $3x^2 + 16x - 140$,

所以长方形 C 的另一边长为 $(3x^2 + 16x - 140) \div (x + 10) = 3x - 14$ (如图 (2)).

$$\begin{array}{r} 3x-14 \\ x+10 \overline{) 3x^2+16x-140} \\ \underline{3x^2+30x} \\ -14x-140 \\ \underline{-14x-140} \\ 0 \end{array}$$

图 (2)

重难专题 3 整式乘除的化简求值

刷难关

1. 【解】 $(2x - 1)^2 + (2x + 3)(2x - 3) - 5x(2x - 1) + 10 = 4x^2 - 4x + 1 + 4x^2 - 9 - 10x^2 + 5x + 10 = (4x^2 +$

$$\begin{aligned} & x+3)+4x+(-x^2+x+3)^2-4(-x^2+x+3)+4= \\ & -x^3-x^4+x^3+3x^2+2x^3-2x^2-6x+4x+x^4+x^2+9- \\ & 2x^3-6x^2+6x+4x^2-4x-12+4=9-12+4=1. \end{aligned}$$

全章综合训练



刷中考

关键点拨

掌握幂的运算法则是解此类题的关键.

1. C 【解析】 a^2 与 a^3 不是同类项,无法合并,A 选项不符合题意; $a^2 \cdot a^3 = a^5$,B 选项不符合题意; $(-a^3)^2 = a^6$,C 选项符合题意; $a^8 \div a^2 = a^6$,D 选项不符合题意. 故选 C.

2. A 【解析】 $400 \times \frac{1}{1\,000\,000\,000\,000} = 400 \times 10^{-12} = 4 \times 10^{-10}$ (秒). 故选 A.

3. 3 【解析】原式 $= 1+2=3$,故答案为 3.

4. 12 【解析】因为 $a^m = 3, a^n = 2$, 所以 $a^{m+2n} = a^m \cdot a^{2n} = a^m \cdot (a^n)^2 = 3 \times 4 = 12$. 故答案为 12.

5. 【解】(1) $0.6 \times 50 \times 1.7 \times 10^{-5} = 5.1 \times 10^{-4}$ (m), 所以该铜棒的伸长量为 5.1×10^{-4} m.

(2) 根据题意得 $2.5 \times a_{Fe} \times (80-20) = 1.8 \times 10^{-3}$, 所以 $a_{Fe} = 1.2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$.

设该铁棒温度的增加量为 $y_1 ^\circ\text{C}$.

根据题意得 $1 \times 1.2 \times 10^{-5} \times y_1 = 4.8 \times 10^{-4}$, 所以 $y_1 = 40 ^\circ\text{C}$,

所以铁的线膨胀系数 $a_{Fe} = 1.2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$, 该铁棒温度的增加量为 $40 ^\circ\text{C}$.

(3) 设该铁棒温度的增加量为 $x_1 ^\circ\text{C}$.

根据题意得 $1.7 \times 10^{-5} (x_1 - 20) = 1.2 \times 10^{-5} x_1$, 所以 $x_1 = 68 ^\circ\text{C}$,

所以该铁棒温度的增加量为 $68 ^\circ\text{C}$.

刷有所得

单项式与单项式相乘, 把它们的系数、同底数幂分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

6. D 【解析】 $2a^2 \cdot ab = 2a^{2+1}b = 2a^3b$. 故选 D.

7. -3a 【解析】原式 $= a^2 - 3a - a^2 = -3a$. 故答案为 -3a.

8. 29 【解析】因为 $a-b=3, ab=10$, 所以 $a^2+b^2 = (a-b)^2 + 2ab = 9+20=29$. 故答案为 29.

9. 1 【解析】因为 $2a+b=-1$, 所以 $b=-1-2a$, 所以 $4a^2+2ab-b = 4a^2+2a(-1-2a)-(-1-2a) = 4a^2-2a-4a^2+1+2a = 1$, 故答案为 1.

10. 【解】 $(x+2)(x-2)+x(1-x) = x^2-4+x-x^2 = x-4$.

当 $x=6$ 时, 原式 $= 6-4=2$.

11. 【解】原式 $= [4a^2+4ab+b^2-(4a^2-b^2)] \div 2b = (4a^2+4ab+b^2-4a^2+b^2) \div 2b = (4ab+2b^2) \div 2b = 2a+b$. 当 $a=2, b=-1$ 时, 原式 $= 2 \times 2 -$

$$\begin{aligned} & 4x^2-10x^2)+(-4x+5x)+(1-9+10) = -2x^2+x+ \\ & 2. \text{ 当 } x=-2 \text{ 时, 原式} = -2 \times (-2)^2 + (-2) + 2 = \\ & -2 \times 4 - 2 + 2 = -8 - 2 + 2 = -8. \text{ (求值答案不唯一)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{2. 【解】} (-a^2b-2ab^2+b^3) \div b - (a+b)^2 \\ & = -a^2-2ab+b^2-a^2-2ab-b^2 \\ & = -2a^2-4ab. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{当 } a=\frac{1}{2}, b=-1 \text{ 时, 原式} = -2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times \\ & (-1) = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{3. 【解】} [(a+2b)^2 - (2b-a)(a+2b) - 2a(2a- \\ & b)] \div 2a+5 = [a^2+4ab+4b^2 - (4b^2-a^2) - 4a^2+ \\ & 2ab] \div 2a+5 = (a^2+4ab+4b^2-4b^2+a^2-4a^2+ \\ & 2ab) \div 2a+5 = (-2a^2+6ab) \div 2a+5 = -a+3b+5. \\ & \text{因为 } 3b-a=-2, \text{ 所以原式} = 3b-a+5 = -2+ \\ & 5=3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{4. 【解】} (3x+2)(3x-2)-5x(x+1)-(x-1)^2 = \\ & 9x^2-4-5x^2-5x-(x^2-2x+1) = 9x^2-4-5x^2-5x- \\ & x^2+2x-1 = 3x^2-3x-5. \text{ 因为 } x^2-x-12=0, \text{ 所以} \\ & x^2-x=12, \text{ 所以原式} = 3(x^2-x)-5 = 3 \times 12- \\ & 5=31. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{5. 【解】} (1) \text{ 由题意得 } M = (-6x^2y^2-9xy^3) \div 3xy+ \\ & (2x+y)(2x-y) + (2xy-3x^2+5y^2) = -2xy-3y^2+ \\ & 4x^2-y^2+2xy-3x^2+5y^2 = y^2+x^2. \\ & (2) \text{ 因为 } x+y=2, xy=1, \text{ 所以 } M = y^2+x^2 = (x+ \\ & y)^2-2xy = 2^2-2 \times 1 = 4-2=2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{6. 【解】} [3x(x^2y-xy^2)+xy(xy-x^2)] \div x^2y = (3x^3y- \\ & 3x^2y^2+x^2y^2-x^3y) \div x^2y = (2x^3y-2x^2y^2) \div x^2y = \\ & 2x-2y. \text{ 因为 } |x-2\,024|+(y-2\,023)^2=0, \text{ 所以} \\ & x-2\,024=0, y-2\,023=0, \text{ 解得 } x=2\,024, y= \\ & 2\,023. \text{ 当 } x=2\,024, y=2\,023 \text{ 时, 原式} = 2(x- \\ & y) = 2 \times (2\,024-2\,023) = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{7. 【解】} (1) A = (x+2y)^2 - (x+y)(x-2y) = x^2+ \\ & 4xy+4y^2 - (x^2-xy-2y^2) = x^2+4xy+4y^2-x^2+xy+ \\ & 2y^2 = 5xy+6y^2, B = \left(x^3y - \frac{5}{2}x^2y^2+xy^2-3xy^3\right) \div \\ & \frac{1}{2}xy = 2x^2-5xy+2y-6y^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (2) \text{ 因为 } 2x-A=B-6, \text{ 所以 } 2x-5xy-6y^2 = 2x^2- \\ & 5xy+2y-6y^2-6, \text{ 所以 } y = -x^2+x+3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (3) (x-y+2)^2 - x(x-2)(x+2) + x(xy-x-4) = \\ & x^2+y^2+4-2xy+4x-4y-x(x^2-4)+x^2y-x^2-4x = \\ & x^2+y^2+4-2xy+4x-4y-x^3+4x+x^2y-x^2-4x = \\ & -x^3+x^2y-2xy+4x+y^2-4y+4. \text{ 把 } y=-x^2+x+3 \text{ 代} \\ & \text{入上式得, 原式} = -x^3+x^2(-x^2+x+3)-2x(-x^2+ \end{aligned}$$

1=3.

12. 【解】(1) $19^2 - 17^2 = 8 \times 9$.

(2) 由题意可得, $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$.

(3) 因为 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) = 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 + 4n - 1 = 8n$,
所以 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$ 正确.

刷章测

1. C 【解析】A 选项, $m^3 + m^3 = 2m^3$, 故此选项不符合题意; B 选项, $m^2 \cdot m^3 = m^5$, 故此选项不符合题意; C 选项, $(m^2)^3 = m^6$, 故此选项符合题意; D 选项, $m^4 \div m^2 = m^2$, 故此选项不符合题意. 故选 C.

2. D 【解析】 $2x^2 \cdot x = 2x^3$, 故选项 A 错误; $(-3x^2)^3 = -27x^6$, 故选项 B 错误; $7ab - 5a$ 不能合并, 故选项 C 错误; $8x^2y \div 2xy = 4x$, 故选项 D 正确. 故选 D.

3. A 【解析】因为 $0.000\ 000\ 000\ 375 = 3.75 \times 10^{-10}$, 所以 n 等于 -10 . 故选 A.

4. C 【解析】因为 $a^x = 5, a^{2x+y} = 50$, 所以 $a^{2x+y} = a^{2x} \cdot a^y = (a^x)^2 \cdot a^y = 50$, 所以 $5^2 \cdot a^y = 50$, 所以 $a^y = 50 \div 5^2 = 2$. 故选 C.

5. C 【解析】因为 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, 所以若 $(a+b)^2 = a^2 + b^2$, 则 $a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + b^2$, 所以 $2ab = 0$, 所以 $a = 0$ 或 $b = 0$. 故选 C.

6. B 【解析】由题意得, $n = 9a^2 - 3ab + 6a^3$, 所以 $p = (9a^2 - 3ab + 6a^3) \div 3a = 3a - b + 2a^2$, 故选 B.

7. D 【解析】由题意可得 $(2vt + \frac{1}{2}vt) \div (t + \frac{1}{2}t) = \frac{5}{2}vt \div \frac{3}{2}t = \frac{5}{3}v$. 故选 D.

8. A 【解析】 $-3xy(4y - 2x - 1) = -12xy^2 + 6x^2y + 3xy = -12xy^2 + \square + 3xy$, 故“ \square ”内应填写的式子是 $6x^2y$. 故选 A.

9. C 【解析】因为 $(x+1)(x+3) - (2x+2)(2x+6) = -3x^2 - 12x - 9 = 3(-x^2 - 4x - 3)$, 所以无论 x 取何值, 结果都为 3 的倍数, 故①正确; $(x+1)(2x+6) - (x+3)(2x+2) = 0$, 故②错误; $(x+1)(x+3) - (2x+2)(2x+6) = -3x^2 - 12x - 9$, $(x+1)(2x+2) - (x+3)(2x+6) = -8x - 16$, $(x+1)(2x+6) - (x+3)(2x+2) = 0$, $(x+3)(2x+2) - (x+1)(2x+6) = 0$, $(x+3)(2x+6) - (x+1)(2x+2) = 8x + 16$, $(2x+2)(2x+6) - (x+1)(x+3) = 3x^2 + 12x + 9$, 共有 5 种不同的结果,

思路分析

先求出所走的路程, 再用科学记数法表示即可.

思路分析

根据题意列出除法算式, 利用多项式除以单项式的法则进行计算, 即可得出答案.

故③正确. 故选 C.

10. 1 【解析】 $2\ 024^2 - 2\ 025 \times 2\ 023 = 2\ 024^2 - (2\ 024+1) \times (2\ 024-1) = 2\ 024^2 - (2\ 024^2 - 1) = 2\ 024^2 - 2\ 024^2 + 1 = 1$. 故答案为 1.

11. 4.74×10^6 【解析】卫星运行 6×10^2 秒所走的路程为 $7.9 \times 10^3 \times 6 \times 10^2 = 47.4 \times 10^5 = 4.74 \times 10^6$ (米). 故答案为 4.74×10^6 .

12. 6 【解析】因为 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = 9$, ① $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 = 5$, ② 所以①+②得 $2(x^2 + y^2) = 14$, 即 $x^2 + y^2 = 7$, ①-②得 $4xy = 4$, 即 $xy = 1$, 所以原式 $= x^2 + y^2 - xy = 7 - 1 = 6$, 故答案为 6.

13. $-m^3n^3 + m^2n^3 - n$ 【解析】 $mn * (-n) = (mn)^2 + mn * (-n) - (-n) = m^2n^2 - mn^2 + n$, 所以 $(-mn) * [mn * (-n)] = (-mn) * (m^2n^2 - mn^2 + n) = (-mn)^2 + (-mn) * (m^2n^2 - mn^2 + n) - (m^2n^2 - mn^2 + n) = m^2n^2 - m^3n^3 + m^2n^3 - mn^2 - m^2n^2 + mn^2 - n = -m^3n^3 + m^2n^3 - n$, 故答案为 $-m^3n^3 + m^2n^3 - n$.

14. 【解】 $3^{-1} \div 3^{-3} + (-1)^{2\ 024} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + (2\ 024 - \pi)^0 = 9 + 1 - 16 + 1 = -5$.

15. 【解】(1) 原式 $= a^3 \cdot (-8a^6) \div \frac{1}{2}a = -8a^9 \div \frac{1}{2}a = -16a^8$.

(2) 原式 $= -7a^2 + 2ab + 21ab - 6b^2 = -7a^2 + 23ab - 6b^2$.

(3) 原式 $= -(x^2 - y^2) - (y^2 - 2xy + x^2) = -x^2 + y^2 - y^2 + 2xy - x^2 = -2x^2 + 2xy$.

16. 【解】 $[(x+y)(x-y) - (x-2y)^2 - 3y^2] \div 4y = [x^2 - y^2 - (x^2 - 4xy + 4y^2) - 3y^2] \div 4y = (x^2 - y^2 - x^2 + 4xy - 4y^2 - 3y^2) \div 4y = (-8y^2 + 4xy) \div 4y = -2y + x$. 因为 $|x+2| + (y-1)^2 = 0$, 所以 $x+2=0, y-1=0$, 所以 $x=-2, y=1$, 所以原式 $= -2 \times 1 + (-2) = -2 - 2 = -4$.

17. 【解】(1) 因为 $a^2 + b^2 = 8, (a+b)^2 = 48$, 所以 $ab = \frac{(a+b)^2 - (a^2 + b^2)}{2} = \frac{48 - 8}{2} = 20$.

故答案为 20.

(2) $(25-x)^2 + (x-10)^2 = [(25-x) + (x-10)]^2 - 2(25-x)(x-10) = 15^2 - 2 \times (-15) = 225 + 30 = 255$.

(3) 设 $AD = AC = a, BE = BC = b$, 则题图中阴

影部分的面积为 $\frac{1}{2}(a+b)(a+b) - \frac{1}{2}(a^2 + b^2) = \frac{1}{2}[(a+b)^2 - (a^2 + b^2)] = \frac{1}{2} \times 2ab = ab =$

10. 故答案为 10.

18. (1) ② $\frac{2}{3} \quad \frac{4}{3}$ ③ $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right)$ -----

(2) 【解】根据材料中的方法和结论, 得原式

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times$$

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{1}{2021}\right) \times$$

技巧总结

对于阅读材料题, 首先要仔细阅读材料中给出的数学知识, 理解材料给出的计算方法或思想, 然后利用这个方法或思想进一步计算即可.

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{2021}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2022}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2022}\right) \times \\ & \left(1 - \frac{1}{2023}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2023}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{2020}{2021} \times \frac{2022}{2021} \times \\ & \frac{2021}{2022} \times \frac{2023}{2022} \times \frac{2022}{2023} \times \frac{2024}{2023} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2024}{2023} \\ &= \frac{1012}{2023}. \end{aligned}$$

第二章 相交线与平行线

1 两条直线的位置关系

课时 1 对顶角和余(补)角

刷基础

1. B 【解析】观察图形可知, 只有 B 选项中直线 m 和 n 互相平行. 故选 B.

2. D 【解析】

A 不符合直线 a, b, c 两两相交

B 不符合点 P 在直线 a 上

C 不符合点 P 不在直线 c 上

D 符合条件

故选 D.

3. C 【解析】A 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的两边不互为反向延长线, 且两角没有公共顶点, 不是对顶角, 故 A 不符合题意; B 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故 B 不符合题意; C 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 符合对顶角的定义, 是对顶角, 故 C 符合题意; D 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故 D 不符合题意. 故选 C.

4. D 【解析】因为 $\angle AOC = 75^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 75^\circ$. 因为 $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = \angle BOD$, 所以 $\angle 2 = \angle BOD - \angle 1 = 75^\circ - 25^\circ = 50^\circ$. 故选 D.

5. 160° 【解析】因为 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 + \angle 2 = 40^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2 = 20^\circ$, 所以 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 160^\circ$, 故答案为 160°.

6. B 【解析】与 30° 角互余的角的度数是 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, 观察各选项可知, B 选项符合题意, 故选 B.

7. C 【解析】因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为余角, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = 40^\circ$, 所以 $\angle 2 = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$. 因为 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互为补角, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. 故选 C.

8. A 【解析】 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余, 但不一定相等, 故 A 选项符合题意; 根据同角的余角相等, 得 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 一定相等, 故 B 选项不合题意; 根据等角的补角相等, 得 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 一定相等, 故 C 选项不合题意; 根据对顶角相等, 得 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 一定相等, 故 D 选项不合题意. 故选 A.

9. 60 【解析】由量角器可知 $\angle AOB = 120^\circ$, 所以 $\angle AOB$ 的补角的度数为 $180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$, 故答案为 60.

关键点拨 10. 【解】设这个角为 x , 则有 $90^\circ - x = \frac{1}{3}(180^\circ -$

$$x) + 12^\circ, \text{ 解得 } x = 27^\circ,$$

$$\text{所以 } 90^\circ - x = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ,$$

即这个角的余角是 63° .

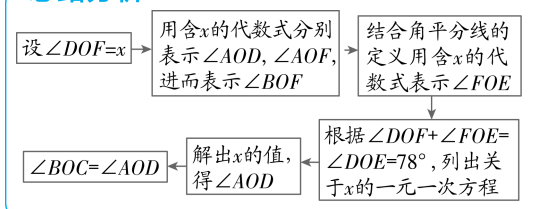
刷提升

1. D 【解析】因为 $\angle ACD = 90^\circ$, 所以 $\angle D + \angle DAC = 90^\circ$. 因为 $\angle D = 60^\circ$, 所以 $\angle DAC = 30^\circ$. 因为 $\angle BAC = 45^\circ$, 所以 $\angle BAE = 15^\circ$. 因为 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle AEB = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAE = 75^\circ$. 故选 D.

掌握余角与补角的概念是解题的关键.

2. D

思路分析



【解析】设 $\angle DOF = x$, 则 $\angle AOD = 2x$, 所以 $\angle AOF = 3x$, 所以 $\angle BOF = 180^\circ - 3x$. 因为 OE 平分 $\angle BOF$, 所以 $\angle FOE = \frac{1}{2} \angle BOF = 90^\circ - \frac{3}{2}x$. 因为 $\angle DOE = 78^\circ$, 所以 $\angle DOF + \angle FOE = 78^\circ$, 即 $x + 90^\circ - \frac{3}{2}x = 78^\circ$, 解得 $x = 24^\circ$, 则 $\angle AOD = 2x = 48^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle AOD = 48^\circ$. 故选 D.

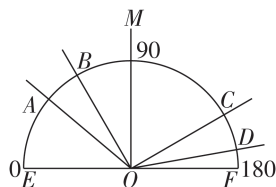
3. C 【解析】平面内两两相交的 7 条直线, 其交点个数最少是 1 个, 最多是 $\frac{7 \times (7-1)}{2} = 21$ (个), 即 $m = 1, n = 21$, 所以 $m+n = 22$. 故选 C.

4. 2m 【解析】因为 O 是直线 AB 上的一点, $\angle AOC$ 和 $\angle DOB$ 互余, 所以 $\angle AOC + \angle DOB + \angle COD = 180^\circ$, $\angle AOC + \angle DOB = 90^\circ$, 所以 $\angle COD = 90^\circ$. 因为 $\angle DOE = m$, 所以 $\angle COE = 90^\circ - m$. 因为 OE 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle BOC = 2 \angle COE = 180^\circ - 2m$. 因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 2m$. 故答案为 $2m$.

5. 40 或 80 【解析】两条直线相交所成的四个角中, 对顶角相等, 互为补角的两个角和为 180° , 根据题意可得 $(2x-10)^\circ = (110-x)^\circ$ 或 $(2x-10)^\circ + (110-x)^\circ = 180^\circ$, 解得 $x = 40$ 或 $x = 80$, 故答案为 40 或 80.

6. ①② 【解析】① 因为 $\angle AOB = \angle COD$, 所以 $\angle AOB + \angle BOC = \angle COD + \angle BOC$, 所以 $\angle AOC = \angle BOD$, 故 ① 正确. ② 由题意可得 $\angle AOB = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ = \angle COD$. 因为 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOB + \angle BOC + \angle BOC = 180^\circ$, 即 $20^\circ + 2 \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle BOC = 80^\circ$. 因为 $60^\circ + 80^\circ + 20^\circ = 160^\circ$, 所以射线 OD 经过刻度线 160, 故 ② 正确. ③ 如图. 因为 $\angle MOC = 3 \angle COD = 3 \angle AOB = 60^\circ$, $\angle MOB = 90^\circ - 60^\circ =$

关键点拨 7. 【解】(1) OC 是 $\angle AOB$ 的“分余线”. 理由如下: 因为 $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle AOC = 50^\circ$, 所以 $\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 70^\circ - 50^\circ = 20^\circ$, 所以 $\angle BOC + \angle AOB = 20^\circ + 70^\circ = 90^\circ$, 所以 OC 是 $\angle AOB$ 的“分余线”. (2) 因为 OC 平分 $\angle AOB$, 且 OC 为 $\angle AOB$ 的“分余线”, 所以若设 $\angle AOB = m^\circ$, 则 $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}m^\circ$, $\angle BOC + \angle AOB = 90^\circ$, 所以 $\frac{1}{2}m^\circ + m^\circ = 90^\circ$, 解得 $m = 60$, 所以 $\angle AOB = 60^\circ$. 故答案为 60° . (3) 设 $\angle CON = x^\circ$, 则 $\angle BON = 2 \angle CON = 2x^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle AOB - \angle CON - \angle BON = 160^\circ - 3x^\circ$. 因为 OM 为 $\angle AOC$ 的平分线, 所以 $\angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} (160^\circ - 3x^\circ) = 80^\circ - \frac{3}{2}x^\circ$, 所以 $\angle MON = \angle COM + \angle CON = 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ$. 因为 OC 为 $\angle MON$ 的“分余线”, 所以 ① $\angle COM + \angle MON = 90^\circ$, 即 $80^\circ - \frac{3}{2}x^\circ + 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ = 90^\circ$, 解得 $x = 35$, 所以 $\angle BOC = 105^\circ$; ② $\angle CON + \angle MON = 90^\circ$, 即 $x^\circ + 80^\circ - \frac{1}{2}x^\circ = 90^\circ$, 解得 $x = 20$, 所以 $\angle BOC = 60^\circ$. 综上所述, $\angle BOC$ 的度数为 105° 或 60° .



课时 2 垂线的定义及性质



刷基础

1. B 【解析】因为 $\angle EOD = \angle 2 = 60^\circ$, $\angle 1 = 30^\circ$,

所以 $\angle AOD = \angle 1 + \angle EOD = 90^\circ$, 所以 $AB \perp CD$, 即直线 AB 与 CD 的位置关系是垂直. 故选 B.

2. **A** 【解析】用直角三角板的一条直角边与 l 重合, 另一条直角边过点 P 后沿直角边画直线, 所以 A 选项的摆放正确. 故选 A.

3. **A** 【解析】

A	测量跳远成绩利用了“垂线段最短”, 故符合题意
B	木板上弹墨线利用了“两点确定一条直线”, 故不符合题意
C	两个钉子固定木条利用了“两点确定一条直线”, 故不符合题意
D	弯曲河道改直利用了“两点之间, 线段最短”, 故不符合题意

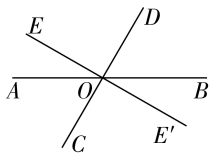
4. **A** 【解析】因为 $AB=9, AC=6, AD \perp BC$, 所以 $AD < AC < AB$, 所以 AD 的长可能是 4, 故选 A.

5. **C** 【解析】根据垂线段最短, 码头应建在点 C 处. 故答案为 C.

6. **C** 【解析】因为 $OE \perp AB$, $\angle EOC = 30^\circ$, 所以 $\angle COB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. 因为 $\angle COB + \angle BOD = 180^\circ$, 所以 $\angle BOD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. 故选 C.

7. **150°** 【解析】因为 $OF \perp CD$, 所以 $\angle DOF = 90^\circ$. 因为 OE, OB 三等分 $\angle DOF$, 所以 $\angle BOD = \frac{1}{3} \angle DOF = 30^\circ$, 所以 $\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 150^\circ$. 故答案为 150° .

8. **30° 或 150°** 【解析】如图. 因为 $\angle BOC : \angle BOD = 2 : 1$, $\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$, 所以 $\angle BOD = \frac{1}{2+1} \times$



$180^\circ = 60^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 60^\circ$. 当射线 OE 在 AB 上方时, 因为 $OE \perp CD$, 所以 $\angle COE = 90^\circ$, 所以 $\angle AOE = \angle COE - \angle AOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$; 当射线 OE' 在 AB 下方时, 因为 $OE' \perp CD$, 所以 $\angle COE' = 90^\circ$, 所以 $\angle AOE' = \angle COE' + \angle AOC = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. 综上, $\angle AOE$ 的度数为 30° 或 150° . 故答案为 30° 或 150° .

9. 【解】(1) 因为 $OE \perp AB, OF \perp CD$, 所以 $\angle AOE = \angle COF = 90^\circ$, 所以 $\angle EOF + \angle AOF =$

$\angle AOC + \angle AOF = 90^\circ$, 所以 $\angle EOF = \angle AOC$.

(2) 设 $\angle EOF = x$, 所以 $\angle AOD = 5 \angle EOF = 5x$, $\angle AOF = 90^\circ - x$. 因为 $OF \perp CD$, 所以 $\angle DOF = 90^\circ$. 因为 $\angle AOD = \angle AOF + \angle DOF = \angle AOF + 90^\circ$, 所以 $90^\circ - x + 90^\circ = 5x$, 解得 $x = 30^\circ$, 所以 $\angle EOF = 30^\circ$.

2 探索直线平行的条件

课时 1 利用“同位角”判定两直线平行与平行公理



刷基础

1. **B** 【解析】同位角是指两条直线与第三条直线相交, 在第三条直线的同旁, 两条直线同一侧的角, 故 B 符合题意.

2. **A** 【解析】由题图可得, 与 $\angle 1$ 构成同位角的是 $\angle 2$. 故选 A.

知识归纳 同位角的特征: ①在被截两直线的同一方; ②在截线的同侧.

3. **C** 【解析】由 $\angle 2 = 90^\circ$ 不能判定两条铁轨平行, 故 A 选项不符合题意; 由 $\angle 3 = 90^\circ = \angle 1$ 可判定两枕木平行, 故 B 选项不符合题意; 因为 $\angle 1 = 90^\circ, \angle 4 = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 4$, 所以两条铁轨平行, 故 C 选项符合题意; 由 $\angle 5 = 90^\circ$ 不能判定两条铁轨平行, 故 D 选项不符合题意. 故选 C.

4. **115** 【解析】当 $\angle DBH = \angle PDE = 115^\circ$ 时, $GH \parallel DE$. 故答案为 115.

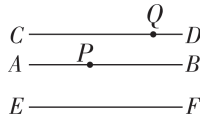
5. 【解】 $CB \parallel EO$. 理由: 因为 OA 平分 $\angle DOE$, 所以 $\angle AOE = \angle AOD$. 因为 $\angle AOD = \angle BOC$, 所以 $\angle AOE = \angle BOC$. 又因为 $\angle B = \angle BOC$, 所以 $\angle AOE = \angle B$, 所以 $CB \parallel EO$.

6. **C** 【解析】因为在同一平面内, 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行; 在同一平面内, 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 所以 $m=1, n=1$, 所以 $m+n=2$. 故选 C.

7. 【解】(1) 如图, 直线 AB, CD 即为所作.

$AB \parallel CD$. 理由:

因为 $AB \parallel EF, CD \parallel EF$,
所以 $AB \parallel CD$.



(2) 直线 CD 与直线 l 相交.

易错警示

注意分点在直线上和点在直线外两种情况解答.

刷易错

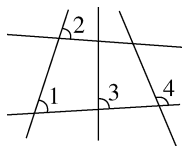
8. **D** 【解析】若该点在已知直线上, 则过此点不能作已知直线的平行线; 若该点在已知直线外, 根据平行公理, 有且只有一条直线与已知直线平行. 故选 D.

刷提升

1. D 【解析】如图,第一次拐的角是 $\angle 1$,第二次拐的角是 $\angle 2$,由于两次拐弯后,仍与原来的前进方向一致,所以可以得到两次拐弯的方向不同,且 $\angle 1 = \angle 2$. 故选 D.

2. B 【解析】A 选项,同位角 $\angle CAB = \angle NCD$,故 $AB \parallel CD$,正确,不符合题意;B 选项,由 $\angle DCG = \angle BAC$ 不能得到 $AB \parallel CD$,所以 B 选项错误,符合题意;C 选项,由 $\angle MAE = \angle ACG$, $\angle DCG = \angle BAE$,可得同位角 $\angle BAN = \angle DCN$,故 $AB \parallel CD$,正确,不符合题意;D 选项,同位角 $\angle MAB = \angle ACD$,故 $AB \parallel CD$,正确,不符合题意. 故选 B.

3. 3 【解析】如图,由同位角的定义知,能与 $\angle 1$ 构成同位角的角有 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$,共 3 个,故答案为 3.

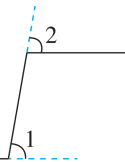


4. $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{105}{4}$ 或 75 或 165 【解析】设运动 t 秒时木棒 a, b 平行. ①当 $0 \leq t \leq 11$ 时, $70^\circ + 10^\circ t = 100^\circ + 2^\circ t$, 解得 $t = \frac{15}{4}$; ②当 $11 < t \leq 29$ 时, $(10^\circ t + 70^\circ) - 180^\circ = 100^\circ + 2^\circ t$, 解得 $t = \frac{105}{4}$; ③当 $29 < t \leq 36$ 时, 易知 a 与 b 不平行; ④当 $36 < t \leq 40$ 时, b 停止运动, 易知 a 与 b 不平行; ⑤当 $40 < t \leq 130$ 时, b 停止运动, $2^\circ t + 100^\circ - 180^\circ = 70^\circ$, 解得 $t = 75$; ⑥当 $130 < t \leq 180$ 时, b 停止运动, $100^\circ + 2^\circ t - 360^\circ = 70^\circ$, 解得 $t = 165$. 综上所述, 运动 $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{105}{4}$ 或 75 或 165 秒时木棒 a, b 平行, 故答案为 $\frac{15}{4}$ 或 $\frac{105}{4}$ 或 75 或 165.

5. 【解】(1) 因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知), $\angle 4 = \angle 2$ (对顶角相等), 所以 $\angle 1 = \angle 4$, 所以 $AD \parallel BC$ (同位角相等, 两直线平行).

(2) 因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (已知), $\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$ (平角定义), 所以 $\angle 3 = \angle 6$ (同角的补角相等), 所以 $AB \parallel CD$ (同位角相等, 两直线平行).

6. 【解】 $AB \parallel CD$. 理由如下: 因为 $\angle 1$ 是它的补角的 3 倍, 所以 $\angle 1 = 3\angle EFC$, 所以 $\angle 1 + \angle EFC =$



知识归纳

内错角的特征: ①在被截两直线之间; ②在截线两侧.
同旁内角的特征: ①在被截两直线之间; ②在截线的同侧.

关键点拨

利用分类讨论的思想, 准确找出角度之间的数量关系是解题关键.

$4\angle EFC = 180^\circ$, 所以 $\angle EFC = 45^\circ$, 所以 $\angle 1 = 135^\circ$. 因为 $\angle 1 - \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 = 45^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle EFC$, 所以 $AB \parallel CD$.

7. 【解】因为 GM, HN 分别平分 $\angle BGE$ 和 $\angle DHF$, 且 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle BGE + \angle DHF = 180^\circ$. 因为 $\angle BGE + \angle BGF = 180^\circ$, 所以 $\angle BGF = \angle DHF$, 所以 $AB \parallel CD$.

课时 2 利用“内错角、同旁内角”判定两直线平行

刷基础

1. A 【解析】由题图可得, $\angle CDB$ 与 $\angle DBE$ 是同旁内角, 它们是由直线 CD, AB 被直线 BD 所截形成的. 故选 A.

2. C 【解析】 $\angle 1$ 和 $\angle 4$ 是同旁内角, A 选项正确; $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是内错角, B 选项正确; $\angle 5$ 和 $\angle 6$ 不是两条直线被第三条直线所截形成的角, C 选项错误; $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 是同位角, D 选项正确. 故选 C.

3. A 【解析】字母 A 中含有 4 对同旁内角; 字母 F 中含有 1 对同旁内角; 字母 M 中不含有同旁内角; 字母 Z 中不含有同旁内角. 故选 A.

4. (1) $\angle ACD$ (2) $\angle ACD, \angle ACB$ (3) $\angle ACD, \angle EFB, \angle ACB$ 【解析】(2) $\angle AEF$ 与 $\angle ACD$ 是直线 EF, CD 被直线 AC 所截形成的同位角, $\angle AEF$ 与 $\angle ACB$ 是直线 CB, EF 被直线 AC 所截形成的同位角; (3) $\angle 1$ 与 $\angle ACD$ 是直线 CD, EF 被直线 AC 所截形成的同旁内角, $\angle 1$ 与 $\angle EFB$ 是直线 AC, AB 被直线 EF 所截形成的同旁内角, $\angle 1$ 与 $\angle ACB$ 是直线 CB, EF 被直线 AC 所截形成的同旁内角.

5. C 【解析】A 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角, 不能判定 $AB \parallel CD$, 故不符合题意; B 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 不能判定 $AB \parallel CD$, 故不符合题意; C 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是内错角, 且 $\angle 1 = \angle 2$, 所以由内错角相等, 两直线平行可以判定 $AB \parallel CD$, 故符合题意; D 选项, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同旁内角, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 不能判定 $AB \parallel CD$, 故不符合题意. 故选 C.

6. $\angle DAB = \angle B$ (答案不唯一) 【解析】因为 $\angle DAB = \angle B$, 所以 $DE \parallel BC$ (内错角相等, 两直线平行). 故答案为 $\angle DAB = \angle B$ (答案不唯一).

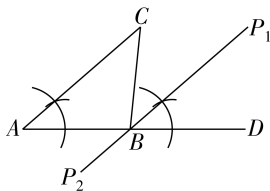
7. 【解】 $BF \parallel CE, BC \parallel EF$. 理由如下: 因为 $\angle 1 = 50^\circ, \angle 2 = 50^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $BF \parallel CE$.

因为 $\angle 2 = 50^\circ$, $\angle 3 = 130^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $BC \parallel EF$.

8. 【解】(1) 因为 $BE \perp DF$, 所以 $\angle EGD = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle D = 90^\circ$. 因为 $\angle C = \angle 1$, 所以 $\angle C + \angle D = 90^\circ$, 所以 $\angle CFD = 90^\circ$.

(2) 由(1)得 $\angle 1 + \angle D = 90^\circ$. 因为 $\angle 2 + \angle D = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$. 因为 $\angle C = \angle 1$, 所以 $\angle 2 = \angle C$, 所以 $AB \parallel CD$.

9. 【解】如图所示, 射线 BP_1 和 BP_2 就是所要求的射线.



刷提升

1. C 【解析】A 选项, 根据同位角相等, 两直线平行, 可以得到直线 a 平行于直线 b , 故不符合题意; B 选项, 根据内错角相等, 两直线平行, 可以得到直线 a 平行于直线 b , 故不符合题意; C 选项, 根据同旁内角相等, 不一定能得到直线 a 平行于直线 b , 故符合题意; D 选项, 根据对顶角相等以及同位角相等, 两直线平行, 可以得到直线 a 平行于直线 b , 故不符合题意. 故选 C.

2. C 【解析】A 选项, 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, 由“内错角相等, 两直线平行”, 可得 $a \parallel b$; B 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 且 $\angle 3 = \angle 4$ 可得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$, 由“内错角相等, 两直线平行”或“同旁内角互补, 两直线平行”, 可得 $a \parallel b$; C 选项, 由 $\angle 1 = \angle 2$ 不能判定 a, b 互相平行; D 选项, 当 $\angle 1 = \angle 2$ 时, 根据“同位角相等, 两直线平行”, 可得 $a \parallel b$. 故选 C.

3. $\angle 7$ 与 $\angle 4$, $\angle 1$ 与 $\angle 6$, $\angle 6$ 与 $\angle 9$, $\angle 1$ 与 $\angle 9$

14 【解析】同位角有 $\angle 4$ 与 $\angle 9$, $\angle 5$ 与 $\angle 1$, $\angle 2$ 与 $\angle 6$, $\angle 7$ 与 $\angle 9$, $\angle 8$ 与 $\angle 4$, $\angle 3$ 与 $\angle 7$, 所以 $a = 6$; 内错角有 $\angle 7$ 与 $\angle 1$, $\angle 4$ 与 $\angle 6$, $\angle 5$ 与 $\angle 9$, $\angle 2$ 与 $\angle 9$, 所以 $b = 4$; 同旁内角有 $\angle 7$ 与 $\angle 4$, $\angle 1$ 与 $\angle 6$, $\angle 6$ 与 $\angle 9$, $\angle 1$ 与 $\angle 9$, 所以 $c = 4$, 所以 $a + b + c = 6 + 4 + 4 = 14$, 故答案为 $\angle 7$ 与 $\angle 4$, $\angle 1$ 与 $\angle 6$, $\angle 6$ 与 $\angle 9$, $\angle 1$ 与 $\angle 9$, 14.

思路分析

(2) 根据同角的余角相等及等量代换得到 $\angle 2 = \angle C$, 即可判定 $AB \parallel CD$.

易错警示

(2) 当 $CE \parallel AB$ 时, CE 有可能在 BC 的上方, 也有可能是在 BC 的下方, 两种情况都符合题意, 不要漏解.

4. 【解】因为 $CD \perp CE$, 所以 $\angle DCE = 90^\circ$. 因为 $\angle ACD = 360^\circ - \angle DCE - \angle ACE = 360^\circ - 90^\circ - 140^\circ = 130^\circ$. 又因为 $\angle BAF = 50^\circ$, 所以 $\angle CAB = 180^\circ - \angle BAF = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle CAB$, 所以 $DC \parallel AB$.

5. 【解】因为 $BE \perp DF$, 所以 $\angle BFD = 90^\circ$, 所以 $\angle DBE + \angle BDF = 90^\circ$. 因为 BE, DF 分别平分 $\angle ABD$ 和 $\angle BDC$, 所以 $\angle ABE = \angle DBE = \frac{1}{2} \angle ABD$, $\angle BDF = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle BDE$, 所以 $\angle ABD + \angle BDE = 2 \angle DBE + 2 \angle BDF = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$.

刷素养

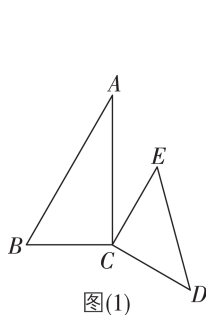
6. 【解】(1) $\angle BCD + \angle ACE = 180^\circ$. 理由如下:

因为 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ + \angle ACD$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ + \angle ACD + \angle ACE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$.

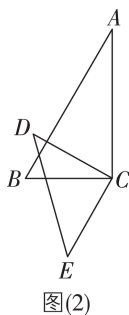
(2) $\angle ACE$ 等于 30° 或 150° 时, $CE \parallel AB$.

理由: 分两种情况:

① 如图(1)所示, 当 $\angle ACE = 30^\circ$ 时, 因为 $\angle A = 30^\circ$, 所以 $\angle A = \angle ACE = 30^\circ$, 所以 $AB \parallel CE$.



图(1)



图(2)

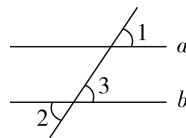
② 如图(2)所示, 当 $\angle ACE = 150^\circ$ 时, 因为 $\angle A = 30^\circ$, 所以 $\angle A + \angle ACE = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CE$.

综上所述, $\angle ACE$ 等于 30° 或 150° 时, $CE \parallel AB$.

3 平行线的性质

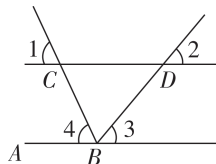
刷基础

1. D 【解析】如图. 因为 $a \parallel b$, $\angle 1 = 56^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 56^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle 3 = 56^\circ$, 故选 D.



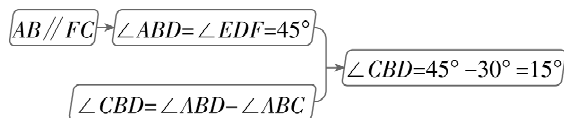
2. 65° 【解析】如图, 因为 $AB \parallel CD$, $\angle 2 = 50^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle 2 = 50^\circ$, 所以 $\angle ABD = 180^\circ - \angle 3 =$

130°. 因为 BC 平分 $\angle ABD$, 所以 $\angle 4 = \frac{1}{2} \angle ABD = 65^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle 4 = 65^\circ$. 故答案为 65° .



3. **A** 【解析】因为 $\angle ADB + \angle ADE = 180^\circ$, $\angle ADE = 125^\circ$, 所以 $\angle ADB = 180^\circ - \angle ADE = 55^\circ$. 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DBC = \angle ADB = 55^\circ$. 故选 A.

4. **B** 【解析】

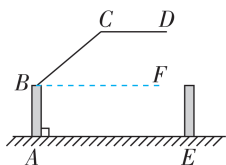


5. **74** 【解析】因为 $\angle 1 = 106^\circ$, 所以 $\angle OCD = 180^\circ - \angle 1 = 74^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, $AB \parallel EO$, 所以 $EO \parallel CD$, 所以 $\angle 2 = \angle OCD = 74^\circ$. 故答案为 74.

6. **C** 【解析】因为 $AB \parallel CD$, $\angle A = 125^\circ$, 所以 $\angle AOD = 180^\circ - \angle A = 55^\circ$. 因为 $AE \parallel DF$, 所以 $\angle D = \angle AOD = 55^\circ$. 故选 C.

7. **B** 【解析】因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle ABE + \angle 1 = 180^\circ$. 又 $\angle 1 = 108^\circ$, 所以 $\angle ABE = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$. 因为 BF 平分 $\angle ABE$, 所以 $\angle ABF = 36^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 = \angle ABF = 36^\circ$. 故选 B.

8. **270°** 【解析】过点 B 作 $BF \parallel AE$, 如图. 由条件可知 $BF \parallel AE \parallel CD$, 所以 $\angle BCD + \angle CBF = 180^\circ$, $\angle ABF = 180^\circ - \angle BAE = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle BCD = \angle ABF + \angle CBF + \angle BCD = 270^\circ$. 故答案为 270° .



9. 【解】(1) 因为 $\angle 1 = 52^\circ$, $\angle 2 = 128^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $BD \parallel CE$.

(2) $\angle A = \angle F$. 理由如下: 因为 $BD \parallel CE$, 所以 $\angle ABD = \angle C$. 因为 $\angle C = \angle D$, 所以 $\angle ABD = \angle D$, 所以 $AC \parallel DF$, 所以 $\angle A = \angle F$.



刷提升

1. **B** 【解析】因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle C + \angle B = 180^\circ$, $\angle AEF + \angle DFE = 180^\circ$, $\angle D = \angle AED$. 因为 $\angle B = \angle CFE$, 所以 $\angle C + \angle CFE = 180^\circ$, 所以 $BC \parallel EF$, 所以 $\angle C = \angle EFD = 50^\circ$, 所以 $\angle AEF = 130^\circ$. 因为 ED 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle DEF = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AEF = 65^\circ$, 所以 $\angle D = \angle AED = 65^\circ$, 故选 B.

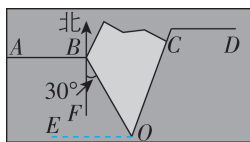
刷有所得

当两个角的两边分别平行时, 这两个角相等或互补.

2. **C** 【解析】因为 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 的两边分别平行, 且 $\angle \alpha = (2x + 10)^\circ$, $\angle \beta = (3x - 20)^\circ$, 所以 $(2x + 10)^\circ + (3x - 20)^\circ = 180^\circ$ 或 $(2x + 10)^\circ = (3x - 20)^\circ$, 所以 $x = 38$ 或 $x = 30$. 当 $x = 38$ 时, $\angle \alpha = 86^\circ$; 当 $x = 30$ 时, $\angle \alpha = 70^\circ$. 故选 C.

3. **B** 【解析】由折叠可得 $\angle DFE = \angle D'FE$, $\angle C'EF = \angle GEF$. 因为 $AC' \parallel BD'$, $\angle EFB = 35^\circ$, 所以 $\angle C'EF = \angle EFB = 35^\circ$, $\angle BGE = \angle C'EG = 2\angle C'EF = 70^\circ$, 故①③结论正确; $\angle AEC = 180^\circ - \angle C'EG = 110^\circ$, 故②结论错误; 因为 $\angle DFE = \angle D'FE = 180^\circ - \angle EFB = 145^\circ$, 所以 $\angle BFD = \angle DFE - \angle EFB = 110^\circ$, 故④结论错误. 综上所述, 正确的结论有 2 个. 故选 B.

4. **110** 【解析】如图, 过点 O 作 $OE \parallel AB$. 由题意得 $\angle ABF = 90^\circ$, $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel OE \parallel CD$. 因为 $\angle OBF = 30^\circ$, 所以 $\angle ABO = \angle ABF + \angle OBF = 120^\circ$. 因为 $AB \parallel OE$, 所以 $\angle BOE = 180^\circ - \angle ABO = 60^\circ$. 因为 $\angle BOC = 50^\circ$, 所以 $\angle COE = \angle BOC + \angle BOE = 110^\circ$. 因为 $OE \parallel CD$, 所以 $\angle DCO = \angle COE = 110^\circ$, 故答案为 110.

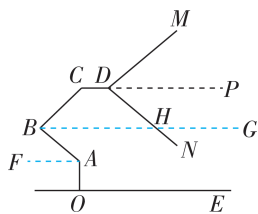


思路分析

过点 A 作 $AF \parallel OE$, 过点 B 作 $BG \parallel OE$, 交 DN 于点 H . 根据垂直的定义、平行线的性质和角平分线的定义解答即可.

5. **80** 【解析】如图, 过点 A 作 $AF \parallel OE$, 过点 B 作 $BG \parallel OE$, 交 DN 于点 H . 因为 $AO \perp OE$, 所以 $\angle AOE = 90^\circ$.

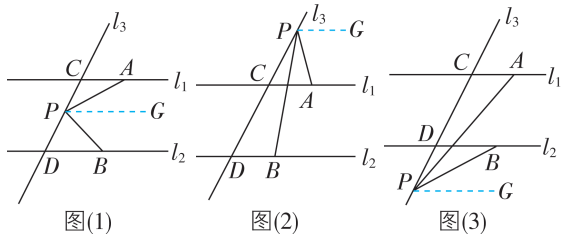
因为 $AF \parallel OE$, 所以 $OA \perp AF$, 所以 $\angle FAO = 90^\circ$, 所以 $\angle FAB = \angle BAO - \angle FAO = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ$. 因为 $BG \parallel OE$, 所以 $BG \parallel AF$, 所以 $\angle ABG = \angle FAB = 40^\circ$. 因为 $DN \parallel BA$, 所以 $\angle NHG = \angle ABG = 40^\circ$. 因为 $BG \parallel OE$, $CD \parallel OE$, 所以 $BG \parallel CD$, 所以 $\angle NDP = \angle NHG = 40^\circ$. 因



为 DP 是 $\angle MDN$ 的平分线, 所以 $\angle MDN = 2\angle NDP = 80^\circ$. 故答案为 80 .

刷素养

6. 【解】(1) 如图(1), 过点 P 作 $PG \parallel l_1$. 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $PG \parallel l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle CAP = \angle APG$, $\angle DBP = \angle BPG$. 因为 $\angle APB = \angle APG + \angle BPG$, 所以 $\angle APB = \angle CAP + \angle DBP$.



(2) $\angle CAP = \angle DBP - \angle APB$. 理由: 如图(2), 过点 P 作 $PG \parallel l_1$, 所以 $PG \parallel l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle APG = \angle PAC$, $\angle BPG = \angle PBD$, 所以 $\angle PAC = \angle APG = \angle BPG - \angle APB$, 所以 $\angle CAP = \angle DBP - \angle APB$.

(3) $\angle CAP = \angle APB + \angle DBP$. 如图(3), 过点 P 作 $PG \parallel l_1$, 所以 $PG \parallel l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle APG = \angle PAC$, $\angle BPG = \angle PBD$, 所以 $\angle PAC = \angle APG = \angle APB + \angle BPG$, 所以 $\angle CAP = \angle APB + \angle DBP$.

技巧点拨
一般(1)中提供的思路可以应用在后面的题目中.

大招专题 1 平行线中的拐点模型

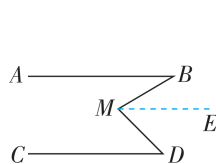
刷难关

大招解读 | 猪蹄模型(M型)与锯齿模型

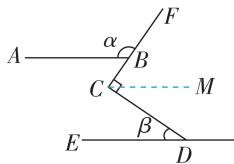
	① 已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle APB = \angle A + \angle B$; ② 已知: $\angle APB = \angle A + \angle B$, 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 = \angle A + \angle B + \angle P_2$
	已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle P_1 + \angle P_3 + \dots + \angle P_{2n+1} = \angle A + \angle B + \angle P_2 + \dots + \angle P_{2n}$

刷有所得
此题中作辅助线的方法在平行线问题中较为常用, 其目的是构造平行线被第三条直线所截形成的内错角, 然后利用平行线的性质进行角的转换, 从而解题.

1. C 【解析】过点 M 作 $ME \parallel AB$, 如图. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel ME \parallel CD$, 所以 $\angle ABM = \angle BME = 30^\circ$, $\angle CDM = \angle DME = 45^\circ$, 所以 $\angle BMD = \angle BME + \angle DME = 75^\circ$. 故选 C.



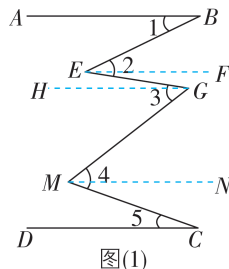
(第1题图)



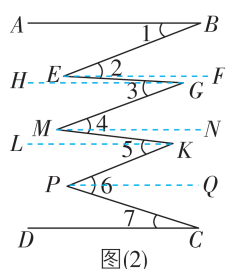
(第2题图)

2. A 【解析】如图, 过点 C 作 $CM \parallel AB$. 因为 $AB \parallel DE$, 所以 $CM \parallel DE$, 所以 $\angle ABC = \angle BCM$, $\angle MCD = \angle EDC = \beta$. 因为 $BC \perp CD$, 所以 $\angle BCM = 90^\circ - \angle MCD = 90^\circ - \beta$, 所以 $\angle ABC = 90^\circ - \beta$. 因为 $\angle ABC + \angle ABF = 180^\circ$, 所以 $90^\circ - \beta + \alpha = 180^\circ$, 所以 $\alpha - \beta = 90^\circ$. 故选 A.

3. 【解】(1) $\angle 2 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5$. 理由: 如图(1), 分别过点 E, G, M 作 $EF \parallel AB, GH \parallel AB, MN \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH \parallel MN$, 所以 $\angle 1 = \angle BEF$, $\angle FEG = \angle EGH$, $\angle HGM = \angle GMN$, $\angle CMN = \angle 5$, 所以 $\angle 2 + \angle 4 = \angle BEF + \angle FEG + \angle GMN + \angle CMN = \angle 1 + \angle EGH + \angle MGH + \angle 5 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5$.



图(1)



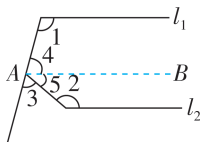
图(2)

- (2) $\angle 2 + \angle 4 + \angle 6 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 7$. 理由: 如图(2), 分别过点 E, G, M, K, P 作 $EF \parallel AB, GH \parallel AB, MN \parallel AB, KL \parallel AB, PQ \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel EF \parallel GH \parallel MN \parallel KL \parallel PQ$, 所以 $\angle 1 = \angle BEF$, $\angle FEG = \angle EGH$, $\angle HGM = \angle GMN$, $\angle KMN = \angle LKM$, $\angle LKP = \angle KPQ$, $\angle QPC = \angle 7$, 所以易得 $\angle 2 + \angle 4 + \angle 6 = \angle 1 + \angle 3 + \angle 5 + \angle 7$.

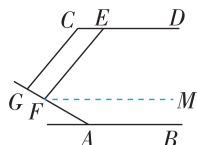
大招解读 | 铅笔头模型

	① 已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$; ② 已知: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$, 结论: $AM \parallel BN$
	已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 540^\circ$
	已知: $AM \parallel BN$, 结论: $\angle 1 + \angle 2 + \dots + \angle n = (n - 1)180^\circ$

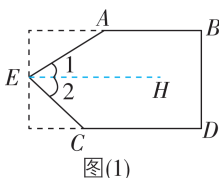
4. **C** 【解析】如图,过点 A 作 $AB \parallel l_1$. 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $AB \parallel l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 5 = 180^\circ$. 因为 $\angle 1 = 105^\circ$, $\angle 2 = 140^\circ$, 所以 $\angle 4 = 75^\circ$, $\angle 5 = 40^\circ$. 因为 $\angle 4 + \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 = 65^\circ$. 故选 C.



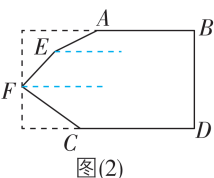
5. **C** 【解析】如图,过点 F 作 $FM \parallel CD$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel FM$, 所以 $\angle DEF + \angle EFM = 180^\circ$, $\angle MFA + \angle BAG = 180^\circ$, 所以 $\angle MFA = 180^\circ - \angle BAG = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. 因为 $CG \parallel EF$, 所以 $\angle EFA = \angle AGC = 80^\circ$, 所以 $\angle EFM = \angle EFA - \angle MFA = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$, 所以 $\angle DEF = 180^\circ - \angle EFM = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. 故选 C.



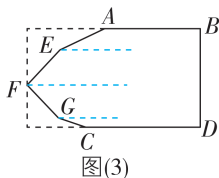
6. (1) 360 (2) 540 (3) 720 (4) $180n$ 【解析】(1) 如图(1), 过点 E 作 $EH \parallel AB$. 因为原四边形是长方形, 所以 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel EH$, 所以 $\angle BAE + \angle 1 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle DCE = 180^\circ$, 所以 $\angle BAE + \angle 1 + \angle 2 + \angle ECD = 360^\circ$. 又因为 $\angle 1 + \angle 2 = \angle AEC$, 所以 $\angle BAE + \angle AEC + \angle ECD = 360^\circ$. 故答案为 360.



图(1)



图(2)



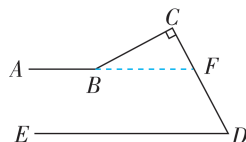
图(3)

- (2) 分别过点 E, F 作 AB 的平行线, 如图(2)所示, 同(1)的方法可得 $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFC + \angle FCD = 540^\circ$. 故答案为 540.
- (3) 分别过点 E, F, G 作 AB 的平行线, 如图(3)所示, 同(1)的方法可得 $\angle BAE + \angle AEF + \angle EFG + \angle FGC + \angle GCD = 720^\circ$. 故答案为 720.
- (4) 由(1)(2)(3)可得一般规律: 将长方形纸片剪 n 刀, 得到 $(n+1)$ 个角, 那么这 $(n+1)$ 个角的和是 $180n$ 度. 故答案为 $180n$.

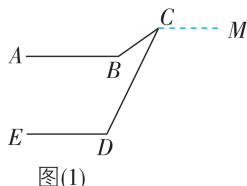
大招解读 | 牛角模型

已知: $AB \parallel CD$, 结论: $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$	已知: $AB \parallel CD$, 结论: $\angle 1 + \angle 3 - \angle 2 = 180^\circ$

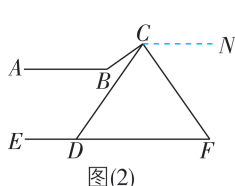
7. 152° 【解析】如图, 延长 AB 交 CD 于点 F . 因为 $AB \parallel DE$, $\angle D = 62^\circ$, 所以 $\angle BFC = \angle D = 62^\circ$. 因为 $CD \perp BC$, 所以 $\angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle CBF = 180^\circ - 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$, 所以 $\angle ABC = 180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$.



8. 【解】(1) 过点 C 作 $CM \parallel AB$, 如图(1), 所以 $\angle BCM = \angle ABC = 145^\circ$. 因为 $AB \parallel DE$, 所以 $CM \parallel DE$, 所以 $\angle DCM = \angle EDC = 116^\circ$. 因为 $\angle BCM = \angle BCD + \angle DCM$, 所以 $\angle BCD = \angle BCM - \angle DCM = 145^\circ - 116^\circ = 29^\circ$.



图(1)



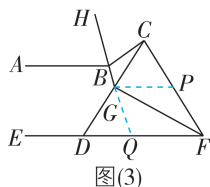
图(2)

思路分析

- (2) 过点 C 作 $CN \parallel AB$, 可证得 $CN \parallel EF$, 则 $\angle F = \angle FCN$, 再结合 $CF \perp BC$, 即可得 $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$.

- (2) $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$. 理由: 过点 C 作 $CN \parallel AB$, 如图(2), 所以 $\angle ABC = \angle BCN$. 因为 $AB \parallel ED$, 所以 $CN \parallel EF$, 所以 $\angle F = \angle FCN$. 因为 $\angle BCN = \angle BCF + \angle FCN$, 所以 $\angle ABC = \angle BCF + \angle F$. 因为 $CF \perp BC$, 所以 $\angle BCF = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC = 90^\circ + \angle F$, 即 $\angle ABC - \angle F = 90^\circ$.

- (3) 反向延长 GH 交 EF 于点 Q , 过点 G 作 $GP \parallel EF$, 如图(3), 则 $\angle BGD = \angle CGQ$, 所以 $\angle BGD - \angle CGF = \angle CGQ - \angle CGF = \angle FGQ$. 因为 $AB \parallel DE$, 所以 $\angle ABH = \angle EQG$. 因为 $GP \parallel EF$, 所以 $\angle EQG = \angle PGQ$, $\angle EFG = \angle PGF$, 所以 $\angle PGQ = \angle ABH$. 因为 $\angle FGQ = \angle PGQ - \angle PGF$, 所以 $\angle FGQ = \angle ABH - \angle EFG$.



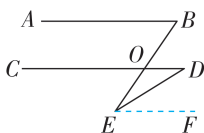
图(3)

因为 BH 平分 $\angle ABC$, FG 平分 $\angle CFD$, 所以 $\angle ABH = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle EFG = \frac{1}{2}\angle CFD$, 所以 $\angle FGQ = \frac{1}{2}\angle ABC - \frac{1}{2}\angle CFD = \frac{1}{2}(\angle ABC - \angle CFD)$. 由(2)可得 $\angle ABC - \angle CFD = 90^\circ$, 所以 $\angle FGQ = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$, 即 $\angle BGD - \angle CGF = 45^\circ$.

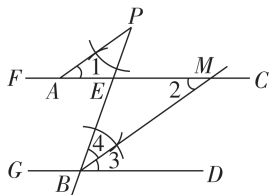
大招解读 | 羊角模型

已知: $AB \parallel DE$, 结论: $\alpha = \gamma - \beta$	已知: $AB \parallel DE$, 结论: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

9. 【解】设 BE 与 CD 交于点 O , 过点 E 作 $EF \parallel CD$, 如图. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle B = \angle BOD$. 因为 $EF \parallel CD$, 所以 $\angle BOD = \angle BEF$, $\angle D = \angle DEF$, 所以 $\angle BEF = \angle BED + \angle DEF = \angle BED + \angle D$, 所以 $\angle BOD = \angle BED + \angle D$, 即 $\angle B = \angle BED + \angle D$.



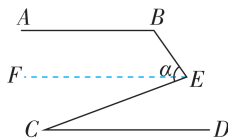
10. 【解】(1) 如图所示, BM 即为所求.



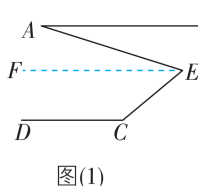
(2) 如图, 因为 $AC \parallel BD$, 所以 $\angle 2 = \angle 3$. 因为 $AP \parallel BM$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle P = \angle 4$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$, 所以 $\angle P = \angle 4 = \angle PBD - \angle 3 = \angle PBD - \angle 1 = \angle PBD - \angle PAC$, 所以 $\angle PBD - \angle PAC = \angle P$.

刷有所得

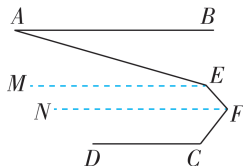
11. D 【解析】如图, 过点 E 作 $EF \parallel CD$. 因为 $\angle C = 20^\circ$, $EF \parallel CD$, 所以 $\angle FEC = \angle C = 20^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $EF \parallel AB$, 所以 $\angle B + \angle BEF = 180^\circ$, 即 $125^\circ + \angle BEF = 180^\circ$, 所以 $\angle BEF = 55^\circ$, 所以 $\angle \alpha = \angle BEF + \angle FEC = 75^\circ$. 故选 D.



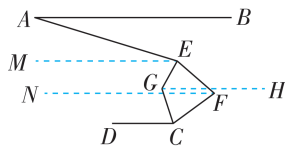
12. 【解】(1) $\angle E = 180^\circ - \angle C + \angle A$. 理由如下: 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 如图(1), 则 $AB \parallel EF \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle AEF$, $\angle C + \angle CEF = 180^\circ$. 因为 $\angle AEC = \angle AEF + \angle CEF$, 所以 $\angle AEC = 180^\circ - \angle C + \angle A$.



图(1)



图(2)



图(3)

思路分析

(2) ①分别过点 E, F 作 $EM \parallel AB, FN \parallel AB$, 利用平行线的性质求解即可; ②分别过点 E, F, G 作 $EM \parallel AB, FN \parallel AB, GH \parallel AB$, 利用平行线的性质以及角平分线的定义求解即可.

(2) ①分别过点 E, F 作 $EM \parallel AB, FN \parallel AB$, 如图(2), 则 $AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle AEM$, $\angle MEF + \angle EFN = 180^\circ$, $\angle NFC + \angle DCF = 180^\circ$. 因为 $\angle AEF = \angle AEM + \angle MEF$, $\angle EFC = \angle EFN + \angle CFN$, 所以 $\angle AEF + \angle C = \angle A + 180^\circ - \angle EFN + 180^\circ - \angle NFC = \angle A + 360^\circ - \angle EFC = 276^\circ$.

② $\frac{1}{2}\angle EFC + \angle EGC = 172^\circ$. 分别过点 E, F, G 作 $EM \parallel AB, FN \parallel AB, GH \parallel AB$, 如图(3), 则 $GH \parallel AB \parallel EM \parallel FN \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle AEM$, $\angle EGH = \angle MEG$, $\angle HGC = \angle DCG$, 所以 $\angle MEG = \angle AEG - \angle AEM = \angle AEG - \angle A$. 由①

可得 $\angle AEF + \angle DCF = \angle A + 360^\circ - \angle EFC$. 因为 $\angle AEF$ 和 $\angle DCF$ 的平分线交于点 G , 所以 $\angle AEG = \angle GEF = \frac{1}{2} \angle AEF$, $\angle DCG = \angle GCF = \frac{1}{2} \angle DCF$, 所以 $\angle AEG + \angle DCG = \frac{1}{2} (\angle AEF + \angle DCF) = \frac{1}{2} (\angle A + 360^\circ - \angle EFC) = \frac{1}{2} \angle A + 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$, 所以 $\angle EGC = \angle EGH + \angle HGC = \angle MEG + \angle DCG = \angle AEG - \angle A + \angle DCG = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC - \frac{1}{2} \angle A = 172^\circ - \frac{1}{2} \angle EFC$, 所以 $\frac{1}{2} \angle EFC + \angle EGC = 172^\circ$.

重难专题 4 相交线与平行线中的思想方法

刷难关

1. 【解】(1) 因为 $\angle BOE = 90^\circ$, 所以 $\angle AOE = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

因为 $\angle AOC = 20^\circ$, 所以 $\angle EOC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$, $\angle AOD = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$. 因为 OF 平分 $\angle AOD$, 所以 $\angle FOD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 160^\circ = 80^\circ$.

(2) 当 $\angle AOC = 60^\circ$ 时, 易得 $\angle EOF = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$. 设当射线 OE 与射线 OF 重合时至少需要 t 秒, 则 $10^\circ t - 3^\circ t = 360^\circ - 150^\circ$, 解得 $t = 30$.

答: 当射线 OE 与射线 OF 重合时至少需要 30 秒.

2. 【解】(1) $AB \parallel CD$. 理由如下: 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. 又因为 $\angle 1 = \angle AEF$, $\angle 2 = \angle CFE$, 所以 $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$.

(2) 由 (1) 知, $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$. 因为 $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的平分线交于点 P , 所以 $\angle FEP + \angle EFP = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ$, 所以 $\angle EPF = 90^\circ$, 即 $EG \perp PF$. 又因为 $GH \perp EG$, 所以 $PF \parallel GH$.

(3) 不发生变化, $\angle HPQ = 45^\circ$. 因为 $\angle PHK = \angle HPK$, $\angle PHK + \angle HPK + \angle HKP = 180^\circ$, $\angle PKG + \angle HKP = 180^\circ$, 所以 $\angle PKG = 2\angle HPK$.

又因为 $GH \perp EG$, 所以 $\angle KPG = 90^\circ - \angle PKG =$

关键点拨

3. 45°或 90°或 135° 【解析】如图 (1)、图 (2), 当题目没有给出图形时, 既要根据题意正确画出图形, 又要根据图形进行探究, 如本题解题的关键是画出相应图形, 并分情况讨论.

思路分析

4. 【解】(1) 因为 EG 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle AEG = \angle FEG$. 因为 $\angle FEG = \angle FGE$, 所以 $\angle AEG = \angle FGE$, 所以 $AB \parallel CD$. (3) 分两种情况讨论: 当点 H 在 EF 的右侧时; 当点 H 在 EF 的左侧时. 根据平行线的性质、角平分线的定义以及角的和差即可求解.

$90^\circ - 2\angle HPK$. 因为 $\angle EPK + \angle KPG = 180^\circ$, 所以 $\angle EPK = 180^\circ - \angle KPG = 90^\circ + 2\angle HPK$.

因为 PQ 平分 $\angle EPK$, 所以 $\angle QPK = \frac{1}{2} \angle EPK = 45^\circ + \angle HPK$, 所以 $\angle HPQ = \angle QPK - \angle HPK = 45^\circ$.

【解析】如图 (1)、图 (2), 当 $DE \parallel BC$ 时, $\angle ADE = 90^\circ$. 如图 (3), 当 $DF \parallel BC$ 时, $\angle ADF = \angle ABC = 90^\circ$, 所以 $\angle ADE = \angle ADF - \angle EDF = 45^\circ$. 同理, 如图 (4), $\angle ADE = \angle ADF + \angle EDF = 135^\circ$.

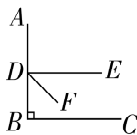


图 (1)

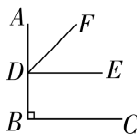


图 (2)

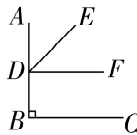


图 (3)

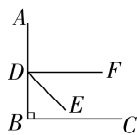


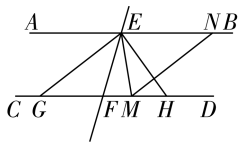
图 (4)

(2) 因为 EM 平分 $\angle FEH$, 所以 $\angle FEM = \angle HEM$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle EHF = \angle HEN = 54^\circ$, $\angle EGM = \angle GEA$. 因为 $MN \parallel EG$, EG 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle EGM = \angle NMH = \angle GEA = \angle GEF = \angle ENM$. 设 $\angle ENM = x$, 则 $\angle GEA = \angle GEF = x$, 所以 $\angle FEH = 180^\circ - x - x - 54^\circ = 126^\circ - 2x$, 所以 $\angle FEM = \angle MEH = 63^\circ - x$. 因为 $MN \parallel EG$, 所以 $\angle EMN = \angle GEM$. 因为 $\angle GEM = 180^\circ - \angle AEG - \angle MEH - \angle HEN = 180^\circ - x - (63^\circ - x) - 54^\circ = 63^\circ$, 所以 $\angle EMN = 63^\circ$.

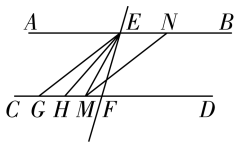
(3) 如图 (1), 当点 H 在 EF 的右侧时, 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle HEB = \angle EHF = \beta$. 设 $\angle AEG = \angle FEG = \angle FGE = \angle NMD = x$, 则 $\angle FEH = 180^\circ - \angle AEF - \angle HEB = 180^\circ - 2x - \beta$, 所以 $\angle FEM = \angle HEM = \frac{1}{2} (180^\circ - 2x - \beta) = 90^\circ - x - \frac{1}{2} \beta$, 所以 $\angle EMD = \angle AEM = \angle AEF + \angle FEM = 90^\circ + x - \frac{1}{2} \beta$, 所以 $\angle EMN = \angle EMD - \angle NMD = 90^\circ -$

$\frac{1}{2}\beta$, 所以 $\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta$. 如图(2), 当点 H 在 EF 的左侧时, 设 $\angle AEG = \angle FEG = \angle FGE = \angle NMD = y$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AEH = \angle EHF = \beta$, 所以 $\angle HEF = \angle AEF - \angle AEH = 2y - \beta$. 因为 EM 平分 $\angle FEH$, 所以 $\angle HEM = \angle FEM = \frac{1}{2}\angle HEF = y - \frac{1}{2}\beta$, 所以 $\angle EMD = \angle AEM = \angle AEH + \angle HEM = y + \frac{1}{2}\beta$, 所以 $\angle EMN = \angle EMD - \angle NMD = \frac{1}{2}\beta$, 所以 $\alpha = \frac{1}{2}\beta$.

综上所述, $\alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\beta$ 或 $\alpha = \frac{1}{2}\beta$.



图(1)



图(2)

全章综合训练

刷中考

- 1. B** 【解析】 $\angle A$ 的余角为 $90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$. 故选 B.
- 2. C** 【解析】因为由题图可得, 所量内角的邻补角是 60° , 所以所量内角的度数为 $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$. 故选 C.
- 3. C** 【解析】因为集热板与太阳光线垂直, 所以 $\alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. 因为 $\beta = 54^\circ$, 所以 $\alpha = 90^\circ - \beta = 36^\circ$. 故选 C.
- 4. C** 【解析】因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$. 因为 $\angle ABC = 70^\circ$, 所以 $\angle BAD = 110^\circ$, 故选 C.
- 5. A** 【解析】因为 $\angle 1 = 18^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ACF = \angle ACB + \angle 1 = 108^\circ$. 因为 $CF \parallel DE$, 所以 $\angle ADE = \angle ACF = 108^\circ$. 因为 $\angle ADE + \angle 2 + \angle A = 180^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 所以 $\angle 2 = 180^\circ - 30^\circ - 108^\circ = 42^\circ$. 故选 A.
- 6. B** 【解析】

$CB \parallel OA \rightarrow$

$\angle CBO = \angle BOA = 122^\circ$

$\angle BON = 90^\circ$

$\angle AON = 122^\circ - 90^\circ = 32^\circ$

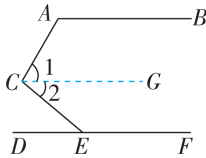
故选 B.

- 7. C** 【解析】由题意可知, $AB \parallel PQ \parallel CD$, 所以

思路分析

过点 C 作 $CG \parallel AB$, 易得 $DF \parallel AB \parallel CG$, 根据平行线的性质进行求解即可.

8. B 【解析】如图, 过点 C 作 $CG \parallel AB$. 因为 $DF \parallel AB$, 所以 $DF \parallel AB \parallel CG$, 所以 $\angle 1 + \angle CAB = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle CED$. 因为 $\angle BAC = 120^\circ$, 所以 $\angle 1 = 60^\circ$. 因为 $\angle ACE = 100^\circ$, 所以 $\angle 2 = \angle ACE - \angle 1 = 40^\circ$, 所以 $\angle CED = \angle 2 = 40^\circ$. 故选 B.



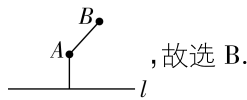
- 9. 145°** 【解析】由题意得 $AC \parallel BD$, $\angle CAB = 145^\circ$, 所以 $\angle ABD = \angle CAB = 145^\circ$, 故答案为 145° .
- 10. 130** 【解析】因为 $AB \parallel CD$, $\angle D = 50^\circ$, 所以 $\angle AOE = \angle D = 50^\circ$, 所以 $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. 故答案为 130.
- 11. 【解】** 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle ACD$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle ACD = \angle 2$, 所以 $AE \parallel DF$.

刷章测

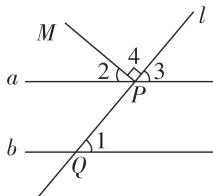
- 1. D** 【解析】根据同位角、内错角、同旁内角的概念, 可知第一个题图表示同位角, 第二个题图表示内错角, 第三个题图表示同旁内角. 故选 D.
- 2. D** 【解析】因为 $\angle A = 55^\circ$, $\angle A$ 与 $\angle B$ 互余, 所以 $\angle B = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$, 所以 $\angle B$ 的补角为 $180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$. 故选 D.

刷有所得

实际问题中涉及线路最短问题时, 其理论依据应考虑“两点之间, 线段最短”和“垂线段最短”.



- 4. B** 【解析】如图. 因为 $a \parallel b$, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 50^\circ$. 因为 $PM \perp l$, 所以 $\angle 4 = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 = 180^\circ - \angle 4 - \angle 3 = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$, 即 $\angle 2$ 的度数为 40° , 故选 B.



5. B 【解析】因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$, $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$, 所以 $\angle EFD = \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $EC \perp FD$, 故③正确; 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle CGF = \angle BFG = \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 所以 $FG \perp CD$, 故②正确; 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle C$, $\angle 2 = \angle D$, 但 $\angle 1$ 不一定等于 $\angle 2$, 所以 $\angle C$ 不一定等于 $\angle D$, 故①不正确. 故选 B.

6. C 【解析】因为四边形 $ABCD$ 是长方形, 所以 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle FEH = \angle BFE$, $\angle EHG = \angle CGH$, 所以 $\angle BFE + \angle CGH = \angle FEH + \angle EHG = 118^\circ$. 由折叠可知 $\angle PFE = \angle BFE$, $\angle PGH = \angle CGH$, 所以 $\angle PFE + \angle PGH = \angle BFE + \angle CGH = 118^\circ$, 所以 $\angle BFP + \angle CGP = 2(\angle BFE + \angle CGH) = 236^\circ$, 所以 $\angle PFG + \angle PGF = 360^\circ - (\angle BFP + \angle CGP) = 360^\circ - 236^\circ = 124^\circ$, 所以 $\angle FPG = 180^\circ - (\angle PFG + \angle PGF) = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$. 故选 C.

7. D 【解析】如图, 过点 C 作 $EF \parallel AB$, 延长 BC 至 D . 由题意知, $AM \parallel BN$, $\angle MAB = 40^\circ$, 所以 $\angle ABN = 180^\circ - \angle MAB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. 因为 $\angle CBN = 30^\circ$, 所以 $\angle ABC = \angle ABN - \angle CBN = 110^\circ$. 因为 $EF \parallel AB$, 所以 $\angle FCD = \angle ABC = 110^\circ$, 所以 $\angle DCE = 180^\circ - \angle FCD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$, 所以小明应该右转 70° 或左转 110° . 故选 D.

8. 90 【解析】因为 $AC \parallel PF$, $BD \parallel PF$, 所以 $\angle APE = \angle CAP = 35^\circ$, $\angle BPE = \angle DBP = 55^\circ$, 所以 $\angle APB = \angle APE + \angle BPE = 35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$, 故答案为 90.

9. 110° 或 70° 【解析】分两种情况进行讨论:
①如图(1)所示, OM 在 AC 上方. 因为 OD 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle COD = \angle BOD$. 因为 $4\angle BOE + \angle BOC = 180^\circ$, $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOB = 4\angle BOE$, 即 $\angle AOE = 3\angle BOE$. 设 $\angle BOE = \alpha$, 则 $\angle AOE = 3\alpha$, $\angle BOD = 70^\circ - \alpha = \angle COD$. 因为 $\angle AOC$ 为平角, 所以 $\angle AOE + \angle DOE + \angle COD = 180^\circ$, 即 $3\alpha + 70^\circ + 70^\circ - \alpha = 180^\circ$, 解得 $\alpha = 20^\circ$, 所以 $\angle BOE = 20^\circ$. 又因为 $OM \perp OB$, 所以 $\angle MOB = 90^\circ$, 所以 $\angle MOE =$

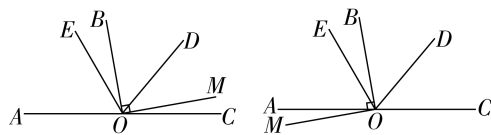
思路分析

分两种情况进行讨论: OM 在 AC 上方和 OM 在 AC 下方, 先依据已知条件求得 $\angle BOE$ 的度数, 再根据 $\angle MOB = 90^\circ$, 即可求得 $\angle MOE$ 的度数.

思路分析

根据四边形 $ABCD$ 是长方形, 可得 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle FEH = \angle BFE$, $\angle EHG = \angle CGH$, 所以可得 $\angle BFE + \angle CGH = \angle FEH + \angle EHG = 118^\circ$. 由折叠可得 $\angle PFE = \angle BFE$, $\angle PGH = \angle CGH$, 可得 $\angle BFP + \angle CGP = 2(\angle BFE + \angle CGH) = 236^\circ$, 进而可得 $\angle FPG$ 的度数.

$$\angle BOE + \angle MOB = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ.$$

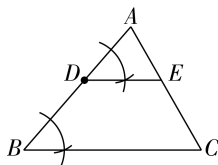


图(1)

图(2)

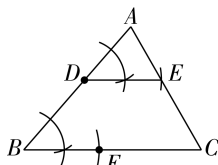
②如图(2)所示, OM 在 AC 下方. 同理可得, $\angle BOE = 20^\circ$. 又因为 $OM \perp OB$, 所以 $\angle MOB = 90^\circ$, 所以 $\angle MOE = \angle MOB - \angle BOE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$. 综上所述, $\angle MOE$ 的度数为 110° 或 70° . 故答案为 110° 或 70° .

10. 【解】(1) ①如图(1)所示, DE 即为所求.



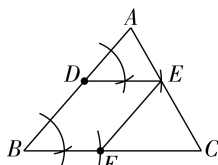
图(1)

②如图(2)所示, 点 F 即为所求.



图(2)

(2) 如图(3).



图(3)

由(1)作图可知, $DE \parallel BC$, 所以 $\angle DEF = \angle EFC$. 因为 $\angle DEF = \angle B$, 所以 $\angle B = \angle EFC$, 所以 $EF \parallel AB$.

11. 【解】(1) 因为 EA 平分 $\angle BEF$, 且 EC 平分 $\angle DEF$,

$$\text{所以 } \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BEF, \angle 3 = \frac{1}{2} \angle DEF.$$

因为 $\angle BEF + \angle DEF = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, 所以 $\angle AEC = 90^\circ$, 所以 $AE \perp CE$.

(2) 因为 $\angle 1 = \angle A$, $\angle 4 = \angle C$, 所以 $\angle 1 + \angle A + \angle 4 + \angle C = 2(\angle 1 + \angle 4) = 180^\circ$, 所以 $\angle B + \angle D = (180^\circ - 2\angle 1) + (180^\circ - 2\angle 4) = 360^\circ - 2(\angle 1 + \angle 4) = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$.

12. 【解】(1) 因为 $OM \perp AB$, 所以 $\angle AOM = 90^\circ$, 所以 $\angle COA + \angle 1 = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = 20^\circ$, $\angle 2 = 20^\circ$, 所以 $\angle CON = \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle DON = 180^\circ - \angle CON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. 故答案为 90° .

(2) $ON \perp CD$. 理由: 因为 $OM \perp AB$, 所以 $\angle AOM = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle AOC = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle CON = \angle AOC + \angle 2 = 90^\circ$, 所以 $\angle DON = 180^\circ - \angle CON = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 所以 $ON \perp CD$.

(3) 因为 $\angle 1 = \frac{1}{4} \angle BOC$, 所以 $\angle 1 = \frac{1}{3} \angle BOM = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ$, 所以 $\angle AOC = 90^\circ - \angle 1 = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $\angle MOD = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

13. (1) 120 90

【解】(2) 因为 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle 3 = 65^\circ$, 所以 $\angle ABE = 180^\circ - 60^\circ - 65^\circ = 55^\circ$.

因为 $DG \parallel EF$,

所以 $\angle 1 = \angle ABE = 55^\circ$, $\angle BCG = 180^\circ - \angle 3 = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

因为 $\angle ACB + \angle BCG + \angle 2 = 360^\circ$,

所以 $\angle 2 = 360^\circ - \angle ACB - \angle BCG = 360^\circ - 90^\circ - 115^\circ = 155^\circ$.

(3) 如图, 过点 C 作 $CH \parallel EF$, 所以 $\angle 3 = \angle HCB$.

因为 $DG \parallel EF$,

所以 $\angle 1 = \angle ABE$,

$DG \parallel CH$,

所以 $\angle 4 = \angle ACH$.

因为 $\angle ACH + \angle HCB = \angle ACB = 90^\circ$,

所以 $\angle 4 + \angle 3 = 90^\circ$.

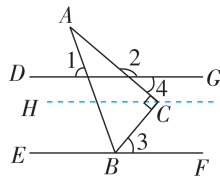
因为 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 2$, $\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - \angle 1$,

所以 $180^\circ - \angle 2 + 180^\circ - 60^\circ - \angle 1 = 90^\circ$,

所以 $\angle 1 + \angle 2 = 210^\circ$.

因为 $\angle 2 = 2\angle 1$, 所以 $\angle 1 = 70^\circ$,

所以 $\angle 3 = 180^\circ - 60^\circ - \angle 1 = 50^\circ$.



第三章 概率初步

1 感受可能性

刷基础

1. C 【解析】

A	数学考试得 96 分是随机事件	不符合题意
B	明天会下雨是随机事件	不符合题意
C	太阳东升西落是必然事件	符合题意
D	彩票中奖是随机事件	不符合题意

故选 C.

2. C 【解析】拿出的 5 个粽子都是八宝粽, 是随机事件, A 选项不合题意; 拿出的 5 个粽子中有 4 个是蜜枣粽、1 个是八宝粽, 是随机事件, B 选项不合题意; 拿出的 5 个粽子都是蜜枣粽, 是不可能事件, C 选项符合题意; 拿出的 5 个粽子中有 1 个是蜜枣粽、4 个是八宝粽, 是随机事件, D 选项不合题意. 故选 C.

3. B 【解析】画饼充饥是不可能事件, A 不符合

方法技巧

要判断一个事件是必然事件、随机事件还是不可能事件, 要从定义出发, 如果涉及数或字母, 还要记得分类讨论.

归纳总结

必然事件是在一定条件下进行可重复试验时, 一定会发生的事件; 不可能事件是在一定条件下进行可重复试验时, 一定不会发生的事件.

题意; 不期而遇是随机事件, B 符合题意; 水涨船高是必然事件, C 不符合题意; 水中捞月是不可能事件, D 不符合题意. 故选 B.

4. ④ 【解析】①号布袋中的 3 个球全是白色的, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于必然事件, 故不符合题意; ②号布袋中有 1 个红色的球和 2 个白色的球, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于随机事件, 故不符合题意; ③号布袋中有 2 个红色的球和 1 个白色的球, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于随机事件, 故不符合题意; ④号布袋中的 3 个球全是红色的, 所以从中随机摸出 1 个球, “摸到白球”属于不可能事件, 故符合题意. 故答案为④.

5. ④ 【解析】在足球赛中, 弱队战胜强队, 是随机事件, ①不符合题意; 在纸上画两条直线, 这两条直线互相垂直, 是随机事件, ②不符合题意; 5 张相同的小标签分别标有数字 1~5, 从中任意抽取 1 张, 抽到 0 号签, 是不可能事件, ③不符合题意; 在地面上向空中抛掷一石